© Р.В. Миненко, П.А. Миненко, 2009

УДК 550.837

Европейский университет, г. Киев

ПРИМЕНЕНИЕ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА В ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

Известны сеточные методы решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии (ОЛНЗГ) и магнитометрии (ОЛНЗМ) с помощью итерационных оптимизирующих алгоритмов с фильтрацией помех поля на основе критерия минимума нормы поправок к плотности и магнитным свойствам горных пород [1]. Кроме физических и геометрических параметров крупных геологических структур, в этих работах эпизодически приводятся некоторые технические результаты: средняя плотность верхнего слоя морских отложений, распределение магнитных и электрических свойств в окисленных и полуокисленных разностях горных пород верхнего слоя кристаллического фундамента, карты значений глубины до морского дна или кристаллического фундамента [2–4]. Известны прямые методы решения обратных задач теории потенциала скоростей для одиночных зарядов взрывчатого вещества (ВВ), которые для группы скважинных зарядов слабо устойчивы [5, 6]. Эти методы использованы также в экономике и юриспруденции для условий с нечеткой логикой [7]. Однако существует необходимость расширения сферы их применения.

Цель настоящей работы – создание итерационных методов устойчивого решения обратной линейно-нелинейной задачи электрического потенциала (ОЛНЗЭП) для определения глубины до кристаллического фундамента в электроразведке с помощью метода дипольного и симметричного электрического профилирования (ДЭП и СЭП), а также обратной линейной задачи потенциала скоростей (ОЛЗПС) в теории действия взрыва при разрушении горных пород группой зарядов ВВ.

Для применения метода ДЭП [8] возьмем дипольную установку ABMN с центром в точке O между электродами M и N. Координаты электродов на оси X равны: $ON = -l$; $OM = l$; $MN = 2l$; $OB = L$; $OA = L_1$; коэффициент установки равен k; ток в цепи AB равен J; удельное электрическое сопротивление (УЭС) среды в первом слое ρ_1, а во втором – ρ_2; мощность первого слоя равна $H_1 = H + h$, а второго – $H_2 = \infty$; H – начальное значение, h – неизвестная добавка; коэффициент отражения тока от границы слоев равен $k_{1,2}=\dfrac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2+\rho_1}$; падение напряжения между электродами M и N равно:

$$V_{MN}=\frac{J\rho_1}{8\pi}\left(k_{1,2}\left(S_{10}-S_{11}\mu/2+3S_{12}\mu^2/8\right)+S_{13}\right), \tag{1}$$

где

$$S_{10}=S_2^{-1}-S_1^{-1}+S_3^{-1}-S_4^{-1};\ \ S_{11}=S_2^{-3}-S_1^{-3}+S_3^{-3}-S_4^{-3};\ \ S_{12}=S_2^{-5}-S_1^{-5}+S_3^{-5}-S_4^{-5};$$

$$\mu=2hH+h^2;\ \ S_{13}=4l\left(1/\left(L^2-l^2\right)-1/\left(L_1^2-l^2\right)\right);\ \ S_1=\left(\left(\left(L_1-l\right)/2\right)^2+H^2\right)^{1/2};$$

$$S_2=\left(\left(\left(L_1+l\right)/2\right)^2+H^2\right)^{1/2};\ \ S_3=\left(\left(\left(L-l\right)/2\right)^2+H^2\right)^{1/2};$$

$$S_4=\left(\left(\left(L+l\right)/2\right)^2+H^2\right)^{1/2}.$$

Образуем из (1) формулу кажущегося удельного электрического сопротивления (КУЭС):

$$\rho_{k,i}=\frac{kV_{MN}}{J}=S_{c1,i}X_1+S_{c2,i}X_2+S_{c3,i}X_3;\quad i=1,M \tag{2}$$

где

$$S_{c1}=\frac{k}{8\pi}(k_{1,2}S_{10}+S_{13});\quad X_1=\rho_1;\ \ S_{c2}=-\frac{k}{8\pi}(k_{1,2}S_{11}H);\quad X_1=\rho_1 h;$$

$$S_{c1}=-\frac{k}{8\pi}k_{1,2}(S_{11}-3S_{12}H^2);\quad X_1=\rho_1 h^2.$$

Образуем критерий минимума суммы квадратов невязок поля КУЭС ρ_k:

$$F_r=(\rho_{k,i}-S_{c1,i}X_1-S_{c2,i}X_2-S_{c3,i}X_3,\rho_{k,i}-S_{c1,i}X_1-S_{c2,i}X_2-S_{c3,i}X_3)=\min; \tag{3}$$

Дифференцируя критерий F_r по переменным X_1, X_2, X_3 и приравнивая производные к нулю, получим систему из трех уравнений для вычисления X_1, X_2, X_3, а уже по ним вычислим ρ_1 и $H+h$.

Для применения метода СЭП с установкой AMNB пригодны все формулы (1)–(3) при $S_1=S_3$, $S_2=S_4$, $S_{13}=4l/(L^2-l^2)$. Для определения коэффициента отражения тока нужно использовать опытное вертикальное электрическое зондирование (ВЭЗ). Если $\rho_2=\infty$ то $k_{1,2}=1$. Для повышения устойчивости решения обратной задачи ДЭП (аналогично и СЭП) разработаем фильтрационный метод решения обратной задачи на основе метода простой итерации. Из (2) образуем невязку поля КУЭС ρ_k:

$$r_{i,n}=\rho_{k,i}-(S_{cm,i},X_{m,n});\quad m=1,3. \tag{4}$$

Запишем ИФ для переменных:

$$X_{m,n+1} = X_{m,n} - \tau_{m,n+1} B_{m,n};\;\; B_{m,n} = (S_{cmi}, r_{i,n}) / \lambda_m^2;\;\; \lambda_m = (S_{cmi}, 1); \qquad (5)$$

где $\tau_{m,n+1}$ – неизвестный итерационный коэффициент (ИтК) на (n + 1)-ой итерации.

Подставим (5) в (4) и после преобразования получим уравнение связи невязок на соседних итерациях:

$$r_{i,n+1} = r_{i,n} + (\tau_{m,n+1}, S_{cm,i} B_{m,n});\;\; Z_{m,i,n} = S_{cm,i} B_{m,n};\;\; r_{i,n+1} = r_{i,n} + (\tau_{m,n+1}, Z_{m,i,n}). \quad (6)$$

Образуем из (6) поправки к параметрам $X_{m,n}$:

$$B_{j,n+1} = B_{j,n} + (\tau_{m,n+1}, C_{j,m,n}), \qquad (7)$$

где

$$C_{j,m,n} = (S_{cj,i}, Z_{m,i,n} / \lambda_j^2);\quad m = 1,3;\quad j = 1,3\,.$$

Образуем критерий оптимизации по минимуму суммы квадратов поправок:

$$F_B = \left(B_{j,n+1}, B_{j,n+1}\right) = \left(\left(B_{j,n} + \left(\tau_{m,n+1}, C_{j,m,n}\right)\right), \left(B_{j,n} + \left(\tau_{m,n+1}, C_{j,m,n}\right)\right)\right) = \min\,. \quad (8)$$

Возьмем производные по $\tau_{m,n+1}$, приравняем их к нулю и получим систему уравнений для вычисления ИтК $\tau_{m,n+1}$:

$$\left(F_B\right)'_{\tau_{k,n+1}} = \left(\left(B_{j,n} + \left(\tau_{m,n+1}, C_{j,m,n}\right)\right), C_{j,k,n}\right) = 0;\quad j = 1,M;\quad m,k = 1,3. \qquad (9)$$

Решая систему (9), получим ИтК и по ИФ (5) вычислим параметры $X_{m,n}$, а затем и физические параметры модели среды: среднее удельное электрическое сопротивление верхнего слоя ρ_1 и добавку h к начальной глубине H полной глубины $H + h$ до второго слоя в пределах измерительной установки AN. Этот метод является высоко фильтрационным. С меньшей степенью фильтрации погрешностей измерения поля можно решать обратную задачу оптимизацией критерия по минимуму суммы квадратов невязки поля ρ_k. Для этого возведем в квадрат левую и правую части уравнения (6) и просуммируем их по всем (обычно больше пяти) точкам измерения $\rho_{k,i}$ в пределах измерительной установки:

$$F_r = \left(r_{i,n+1}, r_{i,n+1}\right) = \left(\left(r_{i,n} + \left(\tau_{m,n+1,r}, Z_{m,i,n}\right)\right), \left(r_{i,n} + \left(\tau_{m,n+1,r}, Z_{m,i,n}\right)\right)\right) = \min\,. \quad (10)$$

Возьмем производные от (10) по $\tau_{m,n+1,r}$, приравняем их к нулю и получим систему уравнений для вычисления ИтК $\tau_{m,n+1,r}$:

$$\left(\left(r_{i,n} + \left(\tau_{m,n+1,r}, Z_{m,i,n}\right)\right), Z_{k,i,n}\right) = 0\,. \qquad (11)$$

Решая систему (11), получим ИтК и по ИФ (5) вычислим параметры $X_{m,n}$, а затем и физические параметры модели среды.

Если $\rho_2 \neq \infty$ то нужно использовать модель с переменным УЭС среды [4]:

$$\rho = \rho_1 \exp\left(bz + cz^2/2\right); \quad b, c = \text{const}. \tag{12}$$

Введем новые обозначения в формулу (2) для симметричной установки AMNB:

$$\begin{gathered} X_1 = \rho_1, \quad X_2 = \rho_1 b, \quad X_3 = \rho_1 c, \\ S_{c1,i} = 2MN/AB; \; S_{c2,i} = MN^2/AB; \; S_{c3,i} = MN \times AB/2. \end{gathered} \tag{13}$$

Для решения этой задачи достаточно измерений ВЭЗ на 5–6 разносах в одной точке профиля. Критерий оптимизации имеет вид (3) или (8) при обозначениях (12)–(13). Вычисляя для каждой j-ой точки профиля параметры среды ρ_{1j}, b_j, c_j по формуле (12) строим вертикальный разрез УЭС первого слоя, непрерывно переходящего в УЭС второго слоя. Так как выражения (2) и (4) отличаются только коэффициентами при неизвестных параметрах, то фильтрационные методы (4)–(11) пригодны и для решения обратных задач ВЭЗ (12)–(13). Таким образом, приведенные методы позволяют извлечь довольно большую дополнительную информацию о геологическом строении участка геофизических исследований.

Во взрывном деле поставленная цель достигается тем, что используют баланс энергии и формулы потенциала скоростей, из которых получают системы уравнений для определения радиусов сферических или цилиндрических зарядов, аппроксимирующих скважинные заряды ВВ в интерпретационных моделях. Из [5, 6] следует, что средняя часть скважинного заряда должна иметь меньшую энергоемкость, чем на торцах. С другой стороны, располагать скважины с зарядами ВВ в одну линию также нецелесообразно, так как это ведет к большой неравномерности дробления горной породы и перерасходу ВВ. Следовательно, задача размещения скважинных зарядов ВВ по площади представляет собой обратную нелинейную задачу потенциала скоростей (ОНЗПС), а задача определения переменного радиуса заряда по высоте скважины представляет собой обратную линейную задачу потенциала скоростей (ОЛЗПС). Пользуясь [5, 6], составим алгоритм решения (ОЛЗПС) при аппроксимации скважинного заряда ВВ сферическими зарядами с удельной энергоемкостью ε_0 плотностью заряда γ и радиусом R_i в следующем виде:

$$\begin{gathered} (a_{i,j}, \eta_i) = b_j, \;\; b_j = 3\sigma_p^2 \Big/ \left(4E_0 a^2 \varepsilon_0 \gamma \left(1 + k_0\right)^2\right), \;\; \eta_i = R_i^4; \\ a_{i,j} = 1 \Big/ \left(r_j^2 + \left(z_i - z_j\right)^2\right)^3, \end{gathered} \tag{14}$$

где $r^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$, (x_i, y_i, z_i) – координаты точек заряда; (x_j, y_j, z_j) – координаты точек разрушаемой горной породы; a – размер среднего куска дробленной породы; σ_p и E_0 – предел прочности породы на разрыв и ее модуль Юнга; k_0 – коэффициент отражения воздействий взрыва от свободной поверхности разрушаемого уступа в карьере.

Решение системы уравнений (14) неустойчиво. Поэтому будем решать ее фильтрационным итерационным методом простой итерации с критерием оптимизации по минимуму суммы квадратов поправок к определяемому параметру [1–4]. Запишем итерационную формулу связи (ИФ) для значений неизвестного параметра $\eta_{i,n}$ на соседних итерациях с номерами n и $n + 1$, формулу невязки поля энергии (ФНПЭ) $r_{j,n}$ и формулу поправки (ФП) $B_{i,n}$ к неизвестному параметру:

$$\eta_{i,n+1} = \eta_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n};\; r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1}(a_{i,j}, B_{i,n}); \tag{15}$$

$$B_{i,n} = \left(a_{i,j}, r_{j,n} / \lambda_i \lambda_j\right);\; \lambda_i = \left(a_{i,j}, 1\right)_{j=1,N};\; \lambda_j = \left(a_{i,j}, 1\right)_{i=1,M} \tag{16}$$

где τ_{n+1} – неизвестный ИтК на n + 1-ой итерации.

Запишем критерий оптимизации по поправке:

$$\begin{gathered} F_B = \left(B_{i,n+1}, B_{i,n+1}\right) = \left(B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n}, B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n}\right) = \min; \\ C_{i,n+1} = \left(a_{i,j}, \left(a_{i,j}, B_{i,n}\right) / \lambda_i \lambda_j\right). \end{gathered} \tag{17}$$

Оптимизируя критерий (17) получим

$$\tau_{n+1} = \left(B_{i,n}, C_{i,n}\right) / \left(C_{i,n}, C_{i,n}\right). \tag{18}$$

Аналогично оптимизируя критерий невязки получим:

$$F_r = \left(r_{j,n+1}, r_{j,n+1}\right) = \min,\; \tau_{n+1,r} = \left(r_{j,n}, Z_{j,n}\right) / \left(Z_{j,n}, Z_{j,n}\right),\; Z_{j,n} = \left(a_{i,j}, B_{i,n}\right). \tag{19}$$

Теперь запишем алгоритм решения (ОЛЗПС) при аппроксимации скважинного заряда ВВ цилиндрическими зарядами:

$$\begin{gathered} \left(a_{i,j}, \eta_i\right) = b_j,\; b_j = 8\sigma_p^2 \Big/ \left(E_0 a^2 \varepsilon_0 \gamma \left(1 + k_0\right)^2\right),\; \eta_i = R_i^2 \Big/ Ln\left(\left(z_{2,i} - z_{1,i}\right) / R_i\right); \\ a_{i,j} = \left(\left(z_{1,i} - z_j\right) \Big/ \left(L_j^2 + \left(z_{1,i} - z_j\right)^2\right)^{3/2} - \left(z_{2,i} - z_j\right) \Big/ \left(L_i^2 + \left(z_{2,i} - z_j\right)^2\right)^{3/2}\right)^2, \\ z_{2,i} - z_{1,i} = \Delta H = \text{const}. \end{gathered} \tag{20}$$

Система уравнений (20) решается теми же итерационными методами (15)–(19). Приведенные методы позволяют разрабатывать технологии отбойки горной массы на карьерах при требуемом гранулометрическом составе и оптимизированном расходе ВВ.

Заключение. Применение фильтрационных методов устойчивого решения обратных задач теории потенциала в электроразведке позволяет выявить участки, неустойчивые и опасные для строительства объектов промышленного и общегражданского назначения, а в горном деле оптимизация расхода ВВ позволяет снизить интенсивность разрушающих сейсмических воздействий на здания и сооружения.

1. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // Геоінформатика. – № 4. – 2006. – С. 41–45.
2. Миненко П.А. Проблемы обратной задачи трехкомпонентной магнитометрии при исследованиях на кристаллическом щите // Науковий Вісник НГУ. – 2006. – № 12. – С. 23–27.
3. Миненко П.А. Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии // Науковий Вісник НГУ. – 2007. – № 11. – С. 83–91.
4. Миненко П.А. Обратная нелинейная задача гравиметрии для структурных исследований // Науковий Вісник НГУ. – 2008. – № 5. – С. 24–28.
5. Власов О.Е., Смирнов С.А. Основы расчета дробления горных пород взрывом. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 104 с.
6. Миненко П.А., Э.А. Корнет, В.А. Черненко и др. Теоретические исследования выбора диаметра компенсационной полости при проходке горных выработок // Совершенствование технологии подземной разработки руд черных металлов: сб. науч. тр. НИГРИ. – Кривой Рог, 1983. – С. 37–39.
7. Миненко П.А., Миненко В.П. Регрессионный анализ с искусственными переменными на основе итерационных методов по критерию минимума нормы поправок // Науковий Вісник НГУ. – 2007. – № 9. – С. 40–43.
8. Якубовский Ю.В., Ренард И.В. Электроразведка: 3-е изд. – М.: Недра, 1991. – 359 с.