© А.В. Пугин, Н.В. Веселкова, 2009

УДК 550.8.013

Горный институт УрО РАН, г. Пермь, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ АППРОКСИАМАЦИЙ ДЛЯ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ СТОРОННИХ МАСС ПРИ ТРАНСФОРМАЦИЯХ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Введение. В настоящее время геофизические исследования выходят на качественно новый уровень изучения недр Земли. Определяющую роль в развитии теории и практики интерпретации аномальных физических полей Земли играют следующие факторы: появление измерительной аппаратуры, обеспечивающей высокую точность наблюдений; стремительное повышение производительности вычислительной техники; необходимость оперативного управления постоянно увеличивающимися объемами информации, в том числе и дистанционно и т.п. Вследствие этого возникает потребность не только в совершенствовании теоретического аппарата, но и в создании и реализации новых методов обработки и интерпретации данных геофизических измерений, направленных на решение конкретных геологических задач, наиболее адекватных условиям и возможностям современной геофизической практики.

В силу изложенных обстоятельств особую актуальность приобретают положения, предложенные В.Н. Страховым в ряде публикаций о методологических основах математической геофизики [1]. В их числе – необходимость отказа от целого ряда идеализаций при выполнении интерпретаций в условиях реальной геофизической практики: например идеализация плоской границы раздела Земля–воздух и др. Возможности для исключения идеализаций появляются с развитием аппаратурно-технической базы, а, следовательно, ими не следует пренебрегать при разработке новых алгоритмов и технологий.

К подобным идеализациям относится и проблема учета влияния сторонних масс при обработке и интерпретации аномального гравитационного поля. В общей постановке задача сводится к следующей формулировке: наблюденное поле силы тяжести $\Delta g_{\text{изм}}$ измерено на криволинейной поверхности $R(x, y)$ в пределах области $\Im$, ограниченной контуром $\wp$. Требуется определить, какой вклад в измеренное поле вносят аномалиеобразующие объекты в земной коре, располагающиеся в некотором объеме D геологического пространства, ограниченном сверху поверхностью наблюдений, в

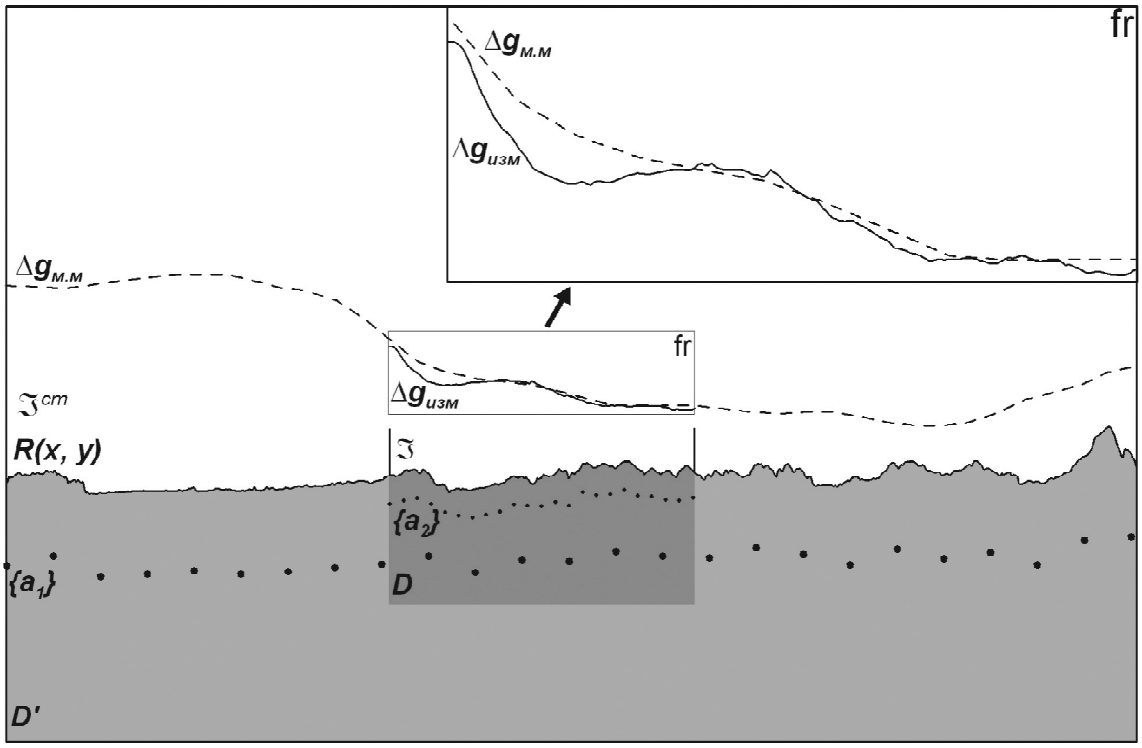

Рис. 1. К постановке задачи трансформаций поля силы тяжести с учетом влияния сторонних масс: fr – увеличенное изображение фрагментов полей $\Delta g_{изм}$ и $\Delta g_{м.м}$ в пределах области $\Im$

горизонтальном направлении – вертикальной замкнутой поверхностью, имеющей в горизонтальном сечении контур $\wp$, снизу – некоторой глубиной, доступной для изучения при данном размере площади исследований (рис. 1). С этой целью необходимо достаточно хорошо знать распределение поля в области $\Im$ от источников, расположенных вне объема D, чтобы затем его исключить из наблюденных данных.

В ряде существующих компьютерных технологий предпринимаются попытки ослабить влияние боковых и глубинных источников. Все они, в большинстве своем, сводятся к анализу поля в краевых частях площади исследований и построении некоторой функции (описывающей эффект боковых источников), достаточно хорошо аппроксимирующей характер поведения поля на краях области, ограниченной $\wp$ с последующим исключением значений этой функции из наблюденного поля силы тяжести. Такой метод позволяет существенно подавить мешающее влияние сторонних масс в следующих случаях: а) когда размер аномалий от целевых объектов значительно меньше площади исследований; б) если искомые аномалии расположены на значительном удалении от границы площади исследований. То есть, когда существует потенциальная возможность проследить поле от целевых аномалиеобразующих объектов на асимптоты, что на практике происходит довольно редко.

Применение единственного принципа, позволяющего эффективно выполнить процедуру исключения влияния боковых источников – принци-

па “исключения известного” (по В.Н. Страхову) [2], в большинстве подобных случаев не представляется возможным, потому что ситуации, когда детально изучен объем геологического пространства за пределами площади исследований встречаются крайне редко, а, следовательно, отсутствуют достоверные сведения о петроплотностных и геометрических характеристиках сторонних аномалиеобразующих объектов. Однако при решении многих задач существует принципиальная возможность учитывать влияние сторонних масс при обработке и интерпретации измеренного поля или его компонент. Так, например, эта возможность была алгоритмически реализована авторами в новой технологии вычисления трансформант поля силы тяжести.

Трансформаций полей, базирующиеся на истокообразных аппроксимациях. Трансформации поля силы тяжести служат неотъемлемым этапом интерпретационного процесса в гравиметрических исследованиях при поисках месторождений углеводородов и твердых полезных ископаемых, а также при решении других поисково-разведочных, инженерных или картировочных задач. Во всех случаях любые преобразования поля силы тяжести, выполняемые в ограниченной области определения, приводят к появлению краевых искажений. Среди существующих методов трансформации геопотенциальных полей к наиболее точным и адекватным практике принадлежат те, которые учитывают физические законы затухания поля с удалением от источников аномалий, то есть используют для аппроксимации те же классы функций, что и полученные при полевых измерениях.

В общей постановке в этих методах реализуется аппроксимационный подход в следующем варианте: внешнее геопотенциальное поле либо его составляющая, измеренная на криволинейной поверхности, приближается системой гармонических потенциальных функций, представляющих собой поля элементарных источников (точечных масс, шаров, материальных нитей или отрезков и т.п.), расположенных всюду ниже поверхности наблюдений [3]. В случае квазиравномерной сети задания поля $\Delta g_{изм}$ задача аппроксимации сводится к нахождению решений системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида:

$$Ga=u \qquad (1)$$

относительно вектора неизвестных физических параметров a (“условных масс”) источников при фиксированной геометрии аппроксимационной конструкции. Где G – матрица, элементами которой служат истокообразные гармонические функции, u – вектор наблюденных значений поля.

Поскольку вектор u содержит в себе помеху негармонического характера, и в реальности система (1) имеет вид $Ga = u_{\delta} = u + \delta u$, то для нахождения значений a целесообразно применение приближенных методов реше-

ния СЛАУ, в лучшем случае – методов, учитывающих особенности помехи δu. Построенная без каких-либо ограничений на распределение масс в нижнем полупространстве эквивалентная модель обеспечивает необходимую близость наблюденного и модельного полей в выбранной метрике, что определяет асимптотически оптимальную точность вычисления трансформант поля путем аналитического решения прямой задачи с применением операторов L к физическим и геометрическим параметрам источников:

$$v=La. \qquad (2)$$

Метод в определенной мере свободен от краевых эффектов и явлений Гиббса, чем выгодно отличается от трансформаций в скользящих окнах. Тем не менее, при конечной области задания поля (а она всегда конечна и ограничена контуром площади съемки) не учитывается физическое влияние сторонних масс – суперпозиция полей внутри области $\Im$ от аномалиеобразующих объектов, расположенных за пределами изучаемого объема среды D. На модельных и практических примерах авторами установлено, что данный эффект может оказывать существенное искажающее влияние на результаты трансформации как на краях области задания поля $\Im$, так и на значительном удалении от границ внутри нее, например, при вычислении горизонтальных производных потенциала силы тяжести второго и более порядка.

Технология учета влияния сторонних масс при аналитических трансформациях поля силы тяжести. С целью учета влияния сторонних масс авторами предлагается следующий подход, заключающийся в построении многоуровневой аппроксимационной конструкции с использованием данных гравиметрических съемок разного масштаба. Основная идея построения и использования такого рода конструкций для вычисления трансформант полей кратко описана в работе [4]. Суть подхода заключается в выборе области $\Im^{cm} >> \Im$ и $\Im \subset \Im^{cm}$ за пределами $\Im$, в пределах которой имеются сведения о распределении значений поля силы тяжести $\Delta g_{\text{мм}}$, полученные при выполнении съемок меньшего масштаба, чем в области $\Im$. Поле $\Delta g_{\text{мм}}$ в области $\Im^{cm}$ с точностью до ε_1 приближается полем Δg_{a_1} аппроксимационной конструкции $\{a_1\}$, представляющей собой совокупность элементарных источников (точечных масс), расположенных всюду ниже поверхности наблюдений $R(x, y)$. После чего в области $\Im$ восстанавливается поле Δg_{a_1} в точках на $R(x, y)$, содержащих значения $\Delta g_{\text{изм}}$ и разность полей $\Delta g_{\text{лок}} = \Delta g_{\text{изм}} - \Delta g_{a_1}$ аналогичным образом с точностью до ε_2 приближается полем Δg_{a_2} аппроксимационной конструкции $\{a_2\}$.

Все последующие трансформации сводятся к применению линейных операторов L к параметрам конструкций $\{a_1\}$ и $\{a_2\}$, и процедуры аддитив-

ного наложения значений трансформант v_1 и v_2 в точках внешнего полупространства:

$$v = v_1 + v_2. \qquad (3)$$

Влияние сторонних масс при этом учитывается путем увеличения области аппроксимации с использованием поля мелкомасштабных съемок. Выбор масштаба для использования поля в качестве $\Delta g_{\text{мм}}$ определяется этапом геологоразведочных работ: если в области $\Im$ поле измерено с кондицией съемки 1 : 50 000 или 1 : 100 000, то для построения аппроксимационной конструкции $\{a_1\}$ достаточно поля, описанного по результатам съемок масштаба 1 : 1 000 000 (которые выполнены практически на всей территории России), либо 1 : 200 000. Для более крупномасштабных исследований в $\Im$ (например 1 : 25 000 или 1 : 10 000) требуется обрамление поля в области $\Im^{cm}$ масштаба 1 : 100 000 или 1 : 50 000 соответственно и т. д., что в принципе согласуется с поэтапным выполнением геофизических исследований.

Данный метод реализован в компьютерной технологии аналитического вычисления трансформант поля силы тяжести и опробован на серии модельных и практических примеров. Решение СЛАУ (1) выполнялось методом Зейделя, а геометрия источников определялась параметрами сети задания поля $\Delta g_{\text{изм}}$: источники располагаются под каждой точкой задания поля в узлах равномерной сети ниже поверхности наблюдений $R(x, y)$ на глубине $z_0 = (1 \div 2) \times \Delta x$, где Δx – шаг сети. Производительность современных персональных компьютеров позволяет оперативно решать задачи с размерностью 10^{10} и более. В процессе аппроксимации происходит автоматическое исключение из исследуемого поля помех негармонического характера (ошибки наблюдений, аппаратурные помехи, а также аномалии геологического генезиса от источников в верхней части разреза, не попадающие в гармонический характер поля при данном масштабе исследований).

Предпочтение работе с данными, пересчитанными в узлы равномерной сети отдается по причине, указанной А.И. Кобруновым [5] – наличие эффекта “скрытой интерполяции” в алгоритмах и технологиях, использующих для вычислений неравномерные данные. Учесть влияние “скрытой интерполяции” на результаты интерпретации в каждом отдельном случае практически невозможно. При проведении отдельных исследований авторы еще раз убедились в обоснованности данного вывода. По глубокому убеждению авторов, целесообразно перед процедурой аппроксимации приводить измеренные данные в узлы равномерной сети с шагом, необходимым и достаточным для масштаба исследований.

Топологической основой для определения высоты поверхности наблюдений при вычислении трансформант поля силы тяжести для съемок масш-

таба 1 : 50 000 и мельче может служить цифровая модель земной поверхности SRTM. По SRTM-данным А.А. Симановым (Горный институт УрО РАН, Пермь) создана аналитическая модель высоты поверхности рельефа для территории Пермского края с использованием процедуры двумерного преобразования Фурье, позволяющая оперативно и с необходимой точностью δ восстановить значения высотных отметок в узлах заданной сети точек [6].

Апробация компьютерной технологии на модельных и практических примерах. Рассмотрим работу алгоритма на модельном примере. Поле силы тяжести $\Delta g_{\text{изм}}$ в пределах области исследований $\mathfrak{I}$ создается пятью вертикальными материальными отрезками с нижним пределом глубины 2 км и верхним – 1,5 км, а эффект сторонних масс моделируется полем горизонтального материального отрезка, расположенного вдоль одной из сторон площади исследований за ее пределами. Глубина залегания бокового источника 3 км. Контур $\wp$ ограничивает $\mathfrak{I}$ – квадрат со стороной 20 км. Поле силы тяжести рассчитано на рельефе земной поверхности $R(x, y)$ в узлах равномерной сети с шагом $\Delta x = \Delta y = 250$ м (рис. 2).

В первом случае трансформации поля вычислялись путем аналитического решения прямой задачи от материальных отрезков в верхнем полупространстве. Во втором случае поле $\Delta g_{\text{изм}}$ в пределах $\mathfrak{I}$ было аппроксимировано с построением одноуровневой конструкции $\{a\}$, источники в которой не выносятся за пределы контура $\wp$. В третьем – первая конструкция $\{a_1\}$ аппроксимирует поле $\Delta g_{\text{м.м}}$ горизонтального отрезка во всей области $\mathfrak{I}^{cm}$, причем $\mathfrak{I} \subset \mathfrak{I}^{cm}$, а с помощью второй конструкции $\{a_2\}$ приближается разность $\Delta g_{\text{лок}} = \Delta g_{\text{изм}} - \Delta g_{a_1}$. Размеры области $\mathfrak{I}^{cm}$ – 50×50 км.

На рис. 2, *в–д* проиллюстрирована одна из трансформаций поля – пересчет на горизонтальную плоскость в верхнее полупространство. Вычисления с учетом влияния сторонних масс (рис. 2, *г*) с точностью до ε совпадают с решением прямой задачи (рис. 2, *в*), чего нельзя сказать про второй случай, когда эквивалентные источники в аппроксимационной конструкции располагаются только в пределах контура $\wp$ (рис. 2, *д*). Аналогичные искажения (отличие вычислений от решения прямой задачи) проявляются и при расчете вторых производных гравитационного потенциала и производных более высокого порядка.

Рис. 3 иллюстрирует применение представленной технологии на практическом примере. Поле силы тяжести, измеренное в результате выполнения гравиметрических исследований масштаба 1 : 50 000 на одной из нефтеперспективных площадей Западного Урала, аппроксимировано на рельефе земной поверхности в узлах регулярной сети с шагом 250×250 м. Размеры площади работ – 20×20 км. Аппроксимационная конструкция $\{a_1\}$ в пре-

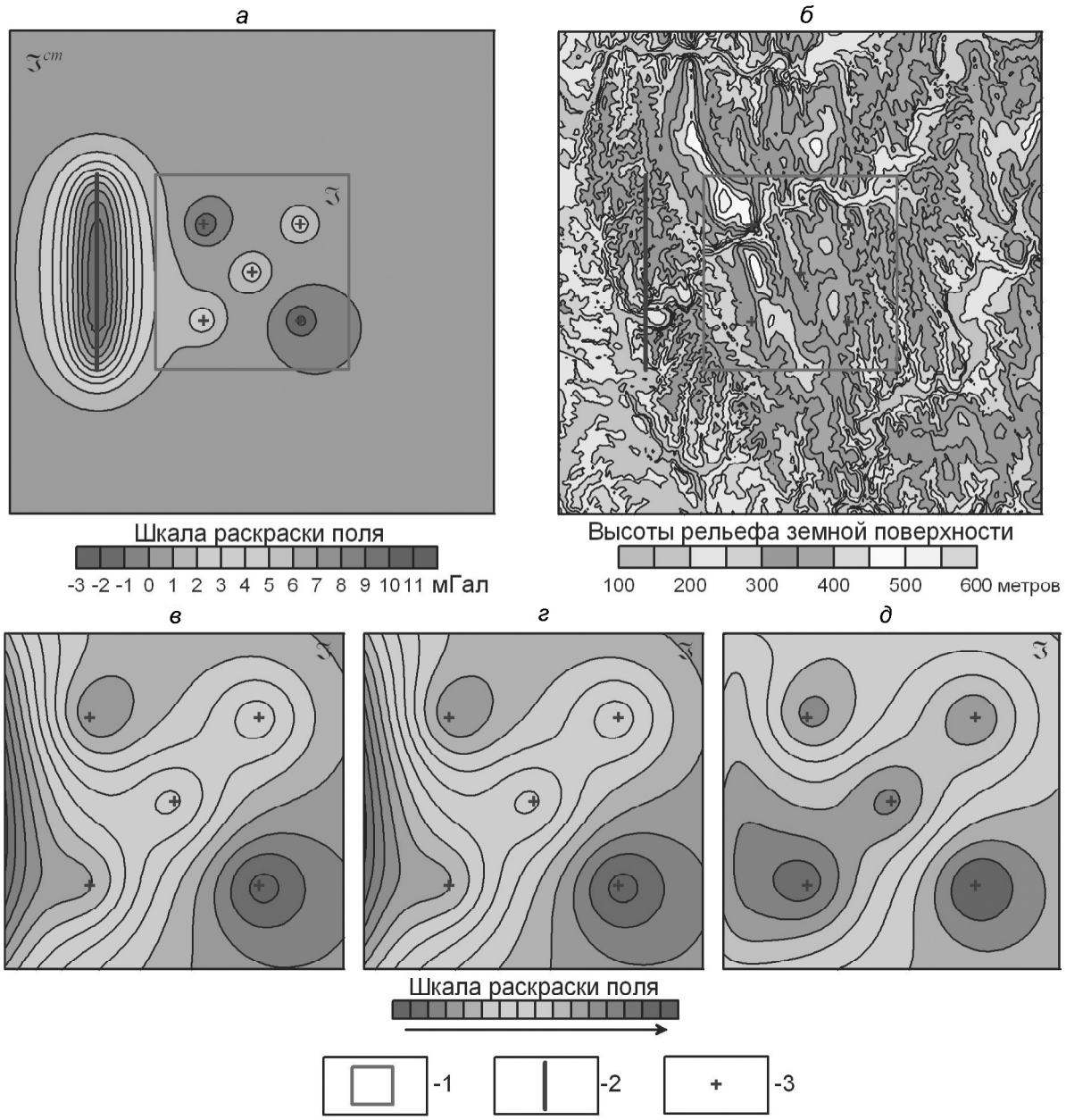

Рис. 2. Модельный пример вычисления трансформант поля силы тяжести с учетом сторонних масс: *а* – поле силы тяжести от горизонтального и вертикальных материальных отрезков в области $\Im^{cm}$; *б* – рельеф поверхности измерений $R(x, y)$; трансформанты поля силы тяжести: *в*–*д* – поле силы тяжести, пересчитанное на горизонтальную плоскость $h = 2000$ м, *в* – прямая задача от материальных отрезков, *г* – поле, вычисленное с учетом влияния сторонних масс (конструкции $\{a_1\}$ и $\{a_2\}$), *д* – поле, вычисленное без учета влияния сторонних масс (конструкция $\{a\}$); условные обозначения: *1* – контур $\wp$, ограничивающий площадь исследований; *2* – положение горизонтального материального отрезка в плоскости *XOY*; *3* – положение вертикальных материальных отрезков в плоскости *XOY*

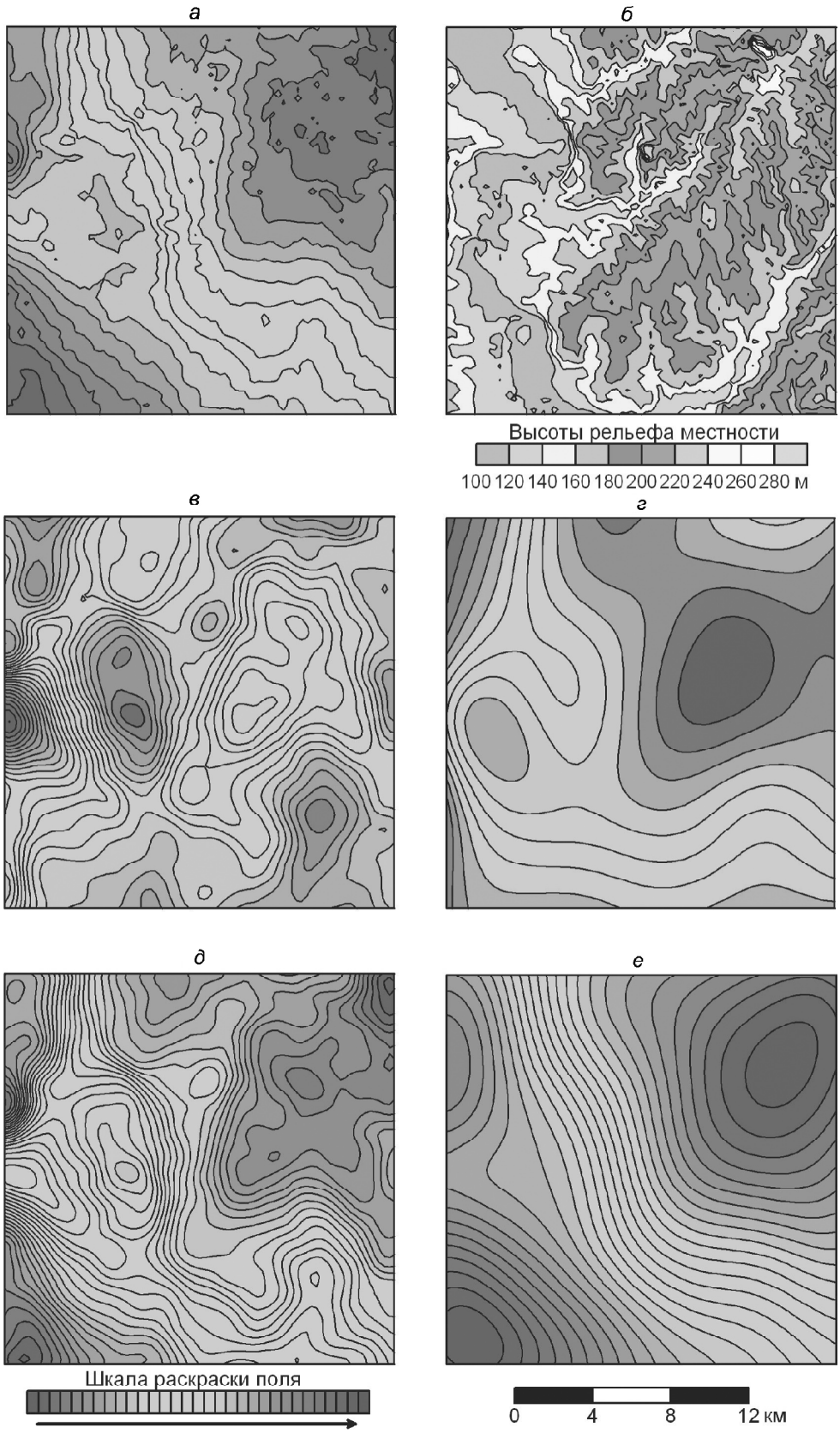

Рис. 3. Практический пример применения технологии учета влияния сторонних масс: *а* – измеренное поле силы тяжести; *б* – рельеф поверхности наблюдений; *в–г* – трансформанты поля силы тяжести, вычисленные с учетом влияния сторонних источников (конструкции $\{a_1\}$ и $\{a_2\}$), *в* – трансформанта $\Delta g_{1000\text{ м}-1500\text{ м}} = \Delta g_{1000\text{ м}} - \Delta g_{1500\text{ м}}$, *г* – трансформанта $\Delta g_{4000\text{ м}-5000\text{ м}} = \Delta g_{4000\text{ м}} - \Delta g_{5000\text{ м}}$; *д–е* – трансформанты, вычисленные без учета сторонних масс (конструкция $\{a\}$) (*д* – трансформанта $\Delta g_{1000\text{ м}-1500\text{ м}} = \Delta g_{1000\text{ м}} - \Delta g_{1500\text{ м}}$, *е* – трансформанта $\Delta g_{4000\text{ м}-5000\text{ м}} = \Delta g_{4000\text{ м}} - \Delta g_{5000\text{ м}}$)

делах $\Im^{cm} = 36 \times \Im$ построена по результатам съемки масштаба 1 : 1 000 000. Для наилучшей демонстрации авторами выбраны трансформанты разностного типа – разность полей, вычисленных на горизонтальной плоскости в верхнем полупространстве на разной высоте. С позиций томографического подхода к интерпретации геопотенциальных полей в упрощенном варианте разность полей на двух высотных уровнях трактуется как поле от горизонтального слоя с некоторым распределением плотности внутри него, ограниченного двумя эффективными глубинами. С точки зрения вычислительной математики, разность полей, нормированная на базу высот между уровнями пересчета, имеет смысл некоторого усредненного вертикального градиента. Трансформанты (рис. 2, *в*, *г*), построенные с учетом влияния сторонних масс, более достоверно отражают распределение физических параметров, чем трансформанты, построенные без учета полей сторонних аномалиеобразующих объектов.

Заключение. Из различий в трансформантах становится очевидным, что пренебрежение учетом влияния сторонних источников может приводить к нелинейным искажениям результатов вычислений не только в краевых частях, но и в центральной части площади исследований. Данный подход, реализованный в соответствующей компьютерной технологии, позволяет вычислять трансформанты поля силы тяжести на рельефе поверхности наблюдений или в верхнем полупространстве в пределах всей площади исследований, учитывая фактическое пространственное распределение поля на требуемом удалении за ее пределами, а, следовательно, и физическое влияние сторонних масс в той степени, в которой оно проявляется в аномальном поле съемок меньшего масштаба в области обрамления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-05-96009, 07-05-96011).

1. Страхов В.Н. Геофизика и математика. Методологические основы… – М.: ОИФЗ РАН, 1999. – 40 с.
2. Страхов В.Н. Геофизика и математика. – М.: ОИФЗ РАН, 1999. – 64 с.
3. Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ. – М.: Недра, 1990. – 301 с.
4. Долгаль А.С. Аппроксимация геопотенциальных полей эквивалентными источниками при решении практических задач // Геофиз. журн. – 21, № 4. – 1999. – С. 71–80.
5. Кобрунов А.И. О некоторых проблемных вопросах в теории интерпретации гравиметрических данных // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 32й сессии Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского. – Пермь: Горный институт УрО РАН, 2005. – С. 121–122.
6. Симанов А.А. Информационно-аналитическая система обеспечения крупномасштабных гравиметрических съемок // Геоинформатика. – № 4. – 2007. – С. 1–11.