

УДК 550. 838: 518.5

© **М.С. Зейгельман, Н.В. Панченко, 2011**

*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины,  
г. Киев*

## **ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА МАГНИТОРАЗВЕДКИ: ОСОБЕННОСТИ ТЕХНОЛОГИИ ПОИСКА МНОГОВАРИАНТНЫХ РЕШЕНИЙ**

Рассмотрены основные положения технологии поиска многовариантных решений обратной задачи. Особое внимание уделено вопросу выбора подходящего способа графического отображения необходимой информации в виде карт проекций; дано краткое обоснование методики построения таких карт. Приведен пример применения многовариантного подхода для интерпретации наблюдаемой аномалии.

**Ключевые слова:** обратная задача, магнитометрия, модель, автоматизированный подбор, целевой функционал, карты проекций.

Известно, что с наблюдаемыми магнитными (гравитационными) аномалиями можно сопоставить более или менее широкие множества (семейства) допустимых решений, которые практически равнозначны – приближенно эквивалентны друг другу. Разрабатывалась технология поиска многовариантных решений, ориентированная на применение элементов гарантирующего подхода, который реализуется благодаря построению и анализу достаточно широких сообществ приближенно эквивалентных решений. Объектом исследования служили модели намагниченных тел различной формы и порождаемые ими, на поверхности наблюдений, аномалии. Основной метод исследований: вычислительные эксперименты – имитация процесса поиска допустимых решений обратной задачи на теоретических моделях. Для этой цели были задействованы соответствующие алгоритмы автоматизированного подбора [1]. Основное назначение технологии – обеспечить возможность оперативного контроля и управления процессом поиска допустимых решений (в интерактивном режиме интерпретатор–ЭВМ).

Рассматриваемая технология разрабатывалась применительно к таким интерпретационным ситуациям, когда априорные данные весьма ограничены, а основная полезная информация должна быть извлечена из наблюдаемых аномалий. Иными словами речь идет о задачах неболь-

ших размерностей (до десятка варьируемых параметров) и использования простых модельных классов – фундаментальных форм для интерпретации магнитных аномалий.

Первоочередное внимание в ходе исследований уделялось модельным классам, которые удовлетворяют условию теоретической однозначности решения обратных задач [2,3]. Для таких задач основные осложнения – практическая многозначность решений – связаны с действием приближенной эквивалентности. В случае локализованных намагниченных тел проявление приближенной эквивалентности обусловлено компенсационным взаимодействием параметров (их способностью сходным образом воздействовать на аномальное поле). Помимо идеализированной постановки задачи рассматривались более приближенные к практике интерпретационные ситуации: исходная аномалия осложнена случайными и систематическими помехами; неизвестно точное положение уровня отсчета аномалии; имеет место неадекватность выбора аппроксимирующей модели и др.

В алгоритмах автоматизированного подбора [1], задействованных для поиска решений обратной задачи, особая роль принадлежит целевому функционалу (ЦФ) – математической структуре, посредством которой устанавливается связь между тем или иным распределением источников и порождаемым ими аномальным полем. Ввиду ключевой роли ЦФ значительное внимание уделялось анализу особенностей его поведения в различных интерпретационных ситуациях. Для этой цели были отработаны соответствующие подходы к графическому отображению пространственной структуры ЦФ. Выяснилось, что опираясь на графические образы ЦФ можно составить представление об основополагающих аспектах решения обратных задач; возникла идея использования карт структуры ЦФ для реализации целенаправленного поиска допустимых решений.

В процессе исследования теоретических моделей и интерпретации наблюдаемых аномалий сформировался следующий подход к многовариантному поиску. Такой поиск предлагается проводить в процессе многократного повторения процедуры автоматизированного подбора от соответствующим образом заданных серий начальных приближений. Целенаправленный характер поиска достигается при сопоставлении двух следующих видов информации: о множестве найденных приближенных

решений (П-решений); о пространственной структуре ЦФ<sup>1</sup>. Для удобства использования такая информация представляется в наглядной геометрической форме. В качестве координатной системы для отображения необходимой информации используется пространство параметров аппроксимирующей модели. Каждое из П-решений в такой системе может быть выражено в виде соответствующей точки пространства параметров, что существенно упрощает анализ их распределения.

Вследствие сложности графических построений в многомерном пространстве параметров достаточно удобным – для практических целей – оказалось отображение пространственной структуры ЦФ в виде проекции ее изоповерхностей на главные плоскости пространства параметров (плоскости отображения), координатами которых служат возможные парные сочетания параметров модели. На плоскости отображения также выносятся информация о найденных П-решениях – в виде проекции соответствующих точек пространства параметров, которым присваивается набор числовых данных (значения параметров модели и значения ЦФ, найденные в процессе минимизации). Такие построения будем называть картами проекции ЦФ (картами проекции данных).

Карты проекции следует отличать от карт сечений ЦФ, которые получили широкую известность в теории интерпретации [4, 5]. Последние представляют собой сечения пространства параметров модели по различным парам ее переменных при фиксированных остальных. Карты сечений не могут играть самостоятельной роли при многовариантном поиске из-за локальности отображения структуры ЦФ (в виде отдельных срезов). Более предпочтительны в этом плане карты проекции, которые отображают особенности поведения ЦФ как целостной структуры. Особенность карт проекций заключается в том, что для графических построений используются, как и в картах сечений, плоскости различных пар переменных, но уже при условии варьирования всеми остальными параметрами, что и определяет пространственный характер отображения. Принципиальное отличие карт проекций от карт сечений очевидно из сопоставления рис. 1 и 2.

---

<sup>1</sup> Под П-решением здесь понимается любое решение обратной задачи, полученное в ходе многократного повторения процедуры автоматизированного подбора от различных начальных приближений – вне зависимости от качества найденных решений (достигнутого значения ЦФ; характера их расположения относительно области минимума).

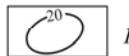
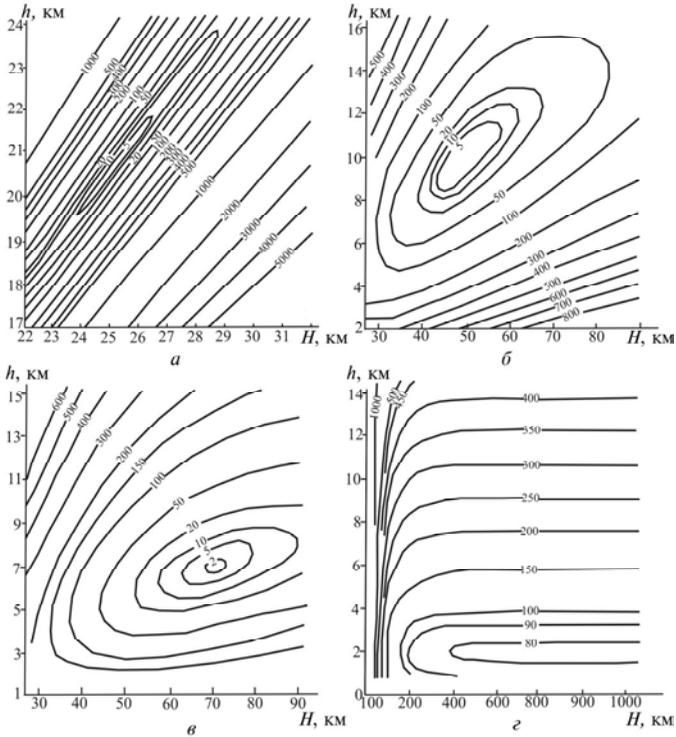


Рис. 1. Модель МП-1. Рельеф структуры целевого функционала в различных плоскостях  $I_{\zeta} = \text{const}$  сечений пространства параметров  $h-H-I_{\zeta}$ : а –  $I_{\zeta} = 1200 \cdot 10^{-2}$  А/м; б –  $I_{\zeta} = 160 \cdot 10^{-2}$  А/м; в –  $I_{\zeta} = 120 \cdot 10^{-2}$  А/м; г –  $I_{\zeta} = 70 \cdot 10^{-2}$  А/м; I – линии рельефа целевого функционала

Суть проблемы, которая возникает при построении карт проекции, состоит в необходимости осуществить переход от абстрактно-математической формы выражения ЦФ, задействованной в алгоритмах автоматизированного подбора, к наглядной графической (геометрической) форме отображения его пространственной структуры. Для решения такой задачи разработана методика “зондирования” структуры ЦФ (ее изоповерхностей) траекториями минимизации, которые формируются при автоматизированном подборе.

Возможность использования траекторий минимизации для построения карт проекции следует из анализа геометрических соотношений в

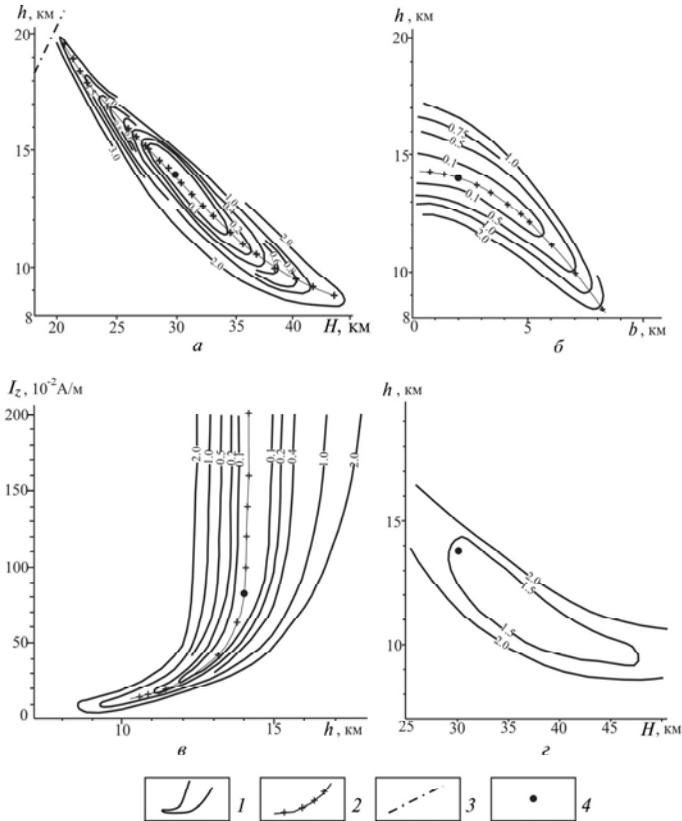


Рис. 2. Намагнічене пластообразне тело (модель МТП-1):  $a-v$  – “идеализированная” постановка задачи; проекции структуры целевого функционала на плоскости пространства параметров:  $h-H$  ( $a$ ),  $h-b$  ( $b$ ),  $I_z-h$  ( $v$ );  $z$  – то же на плоскость  $h-H$  в случае погрешностей исходных данных; 1 – линии проекции изоповерхностей структуры ЦФ; положение: 2 – осевой линии “оврага”, 3 – границы области вырождения модели, 4 – точного решения обратной задачи

мысленно воображаемой системе: изоповерхности – лучи проецирования, ортогональные по отношению к заданной плоскости отображения. Основные выводы, которые следуют из такого анализа, вкратце сводятся к следующему.

1. Для построения проекции изоповерхности ЦФ необходимо определить положение “образующей линии” – геометрического места точек касания (“краевых точек”) изоповерхности с лучами проецирования.

2. “Краевые точки” отличает одна важная для их идентификации особенность – в них достигается минимально возможное (для соответствующего луча проецирования) значение ЦФ. Это дает основание рассматривать задачу определения положения таких точек как задачу оптимизации и использовать для ее решения методы автоматизированного подбора (в качестве лучей проецирования могут быть задействованы траектории минимизации)
3. При построении проекции структуры ЦФ (определение положений “краевых точек” изоповерхностей) первоочередного внимания заслуживает информация, которая содержится в финальных точках траекторий минимизации.

На практике процесс построения карт проекции выглядит достаточно просто. Траектории минимизации используются в качестве лучей проецирования. Положение финальных точек траекторий и соответствующие им значения ЦФ выносятся на выбранную плоскость отображения. Финальные точки хорошо отработанных траекторий минимизации обычно располагаются в окрестностях искомым краевых точек изоповерхностей. В процессе анализа таких данных определяется положение изолиний – проекций изоповерхностей структуры ЦФ. Область, ограниченная изолинией в направлении убывания ЦФ, должна охватывать все точки решений, у которых значения ЦФ меньше или равны ее оцифровке.

Для использования траекторий минимизации в качестве лучей проецирования необходимо соответствующим образом управлять процессом автоматизированного подбора. Возможные способы воздействия на ход траекторий: выбор соответствующих начальных приближений и режимных констант алгоритмов автоматизированного подбора; закрепление тех или иных параметров модели, в первую очередь тех, которые служат координатами плоскости отображения. На рис. 2 в качестве примера представлены проекции структуры ЦФ (ее изоповерхностей) на различные плоскости отображения пространства параметров (применительно к случаю намагниченного вертикально падающего ограниченного по глубине пластообразного тела). Обозначения параметров модели:  $h$ ,  $H$  – глубина соответственно до верхней и нижней кромок возмущающего тела;  $2b$  – горизонтальная мощность,  $I_z$  – вертикальная составляющая намагниченности. Центральная часть структуры представлена пространственным оврагом, в осевой зоне которого расположено множество допустимых решений обратной задачи. Для сравнения друг с другом при-

ведены проекции на плоскость ( $h-H$ ) для случаев:  $a$  – “идеализированной” постановки задачи,  $z$  – воздействия осложняющих факторов – помех в исходной аномалии и варьирование уровня ее отсчета.

Согласно изложенной концепции, в ходе решения обратной задачи используются две различные формы выражения одного и того же целевого функционала: абстрактно-математическая (в алгоритмах автоматизированного подбора); графическая (геометрическая) – на картах проекции данных. Назначение карт проекции – предоставить интерпретатору необходимую информацию в явном виде и тем самым обеспечить возможность организации целенаправленного поиска многовариантных решений.

Для каждого из детально исследованных типов моделей – сформированных на их основе интерпретационных ситуаций – были построены соответствующие наборы (серии) карт проекции ЦФ. Благодаря таким построениям удалось представить в упорядоченном и систематизированном виде обширную информацию, с которой приходится оперировать при многовариантном поиске. В процессе анализа и обобщения информации, представленной на таких картах, и их сопоставления друг с другом были выделены четыре возможных типа приближенной эквивалентности и соответствующие им типы семейств допустимых решений, которые могут иметь место на практике. Были сформированы представления по ряду аспектов решения обратных задач, актуальных для многовариантного поиска.

Отметим некоторые из таких аспектов: 1) сравнительная характеристика стереотипов поведения (рельефа) проекций структуры ЦФ на различные плоскости отображения; степень информативности таких проекций; 2) особенности поведения параметров намагниченного тела в процессе минимизации: направленность их изменения и взаимосвязь друг с другом, способность компенсировать влияние друг друга в исходной аномалии; 3) возможные искажения структуры ЦФ и семейств допустимых решений из-за воздействия осложняющих факторов; 4) особенности функционирования и разрешающая способность алгоритмов минимизации и др.

Как выяснилось при построении карт проекции, в случае теоретически однозначных обратных задач структуру ЦФ в пространстве параметров можно представить в виде системы вложенных друг в друга изоповерхностей. В центре такой структуры обычно располагается глобальный (I ранга) овраг, который составляет ядро всей структуры.

Положение допустимых (наилучших возможных) решений ассоциируется с наиболее выположенной частью дна глобальности оврага – его осевой зоной, которой свойственны минимальные значения ЦФ. Это дает основание рассматривать ядро ЦФ как носитель информации о множестве потенциально возможных допустимых решений. Отсюда следует, что при решении практических задач нет необходимости исследовать все параметрическое пространство, а можно ограничиться поисками в пределах ядра ЦФ. В таком контексте построение графического образа ЦФ на картах проекции можно рассматривать как своеобразную форму решения обратной задачи (в ее многовариантной постановке).

Поскольку “априори” – до решения обратной задачи – графический образ структуры ЦФ на картах проекции остается неизвестным (он индивидуален для каждой конкретной постановки задачи), в процессе многовариантного поиска приходится решать две связанные друг с другом задачи – поиск допустимых вариантов и построение карт проекции. Графический образ ЦФ формируется постепенно, в режиме последовательных приближений – по мере наращивания информации о возможных П-решениях. Особенности практического применения карт проекции ЦФ рассмотрены в [2].

Разработанный подход к поиску многовариантных решений апробировался при решении практических задач – интерпретации наблюдаемых аномалий. В этом плане можно сослаться на интерпретацию магнитных аномалий над железорудными объектами (телами железистых кварцитов Фрунзовского участка), построение моделей магнитоактивных источников в фундаменте осадочных бассейнов и глубинных горизонтах земной коры (Одесская аномалия и др.).

В частности, были построены многовариантные модели источников для двух четко выраженных магнитных аномалий, выявленных в пределах акватории Черного моря. Одна из них (М-2) расположена над подошвой континентального склона северо-западной глубоководной котловины, другая (М-3) – на северном фланге протяженной Алуштинско-Батумской полосы магнитных аномалий. В результате интерпретации установлен глубинный характер источников этих аномалий – положение нижних кромок моделей варьирует в пределах 20–40 км. Можно предполагать связь таких аномалий с палеовулканическими центрами. В качестве практического примера на рис. 3, 4 показаны результаты интерпретации аномалии М-3.

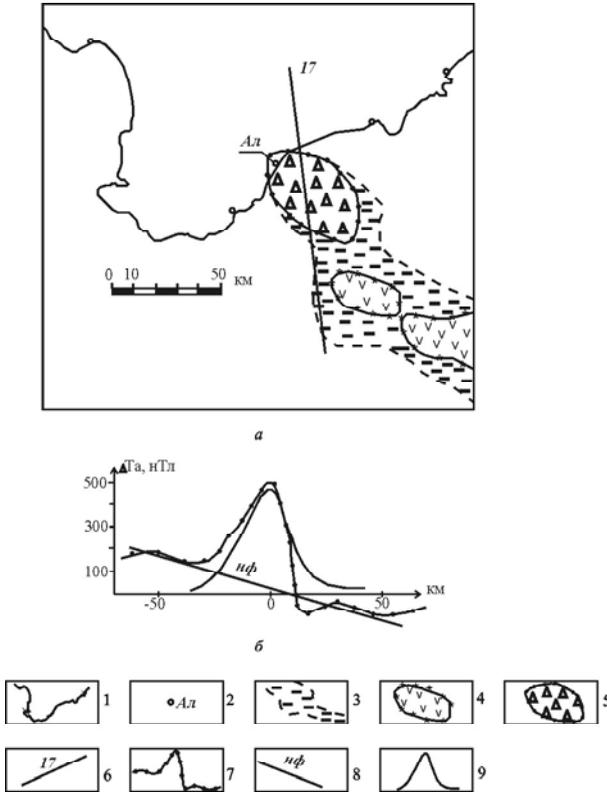


Рис. 3. К интерпретации магнитной аномалии М-3: а – схема расположения аномалии; б – графики аномалии вдоль профиля 17; 1 – береговая линия Крымского п-ва; 2 – город Алушта, 3 – Алуштинско-Батумская полосы магнитных аномалий; 4 – интенсивные максимумы магнитного поля; 5 – аномалия М-3; б – профиль 17 наблюдений магнитного поля; 7 – график наблюдаемой аномалии; 8 – наклонная составляющая фона; 9 – аномалия (после исключения наклонной составляющей)

При истолковании результатов многовариантного поиска использовались две различные формы их графического отображения. В одной из них, более обобщенной, основное внимание акцентировалось на картах проекций; в пространстве параметров возмущающего тела выделялась область расположения допустимых решений – множества точек таких решений, положение которых ассоциируется с ядром ЦФ. Такой способ представления данных целесообразно использовать при анализе характера разброса допустимых вариантов, их взаимоотношения друг с другом и элементами структуры ЦФ, выборе оптимальных для геологического истолкования вариантов.

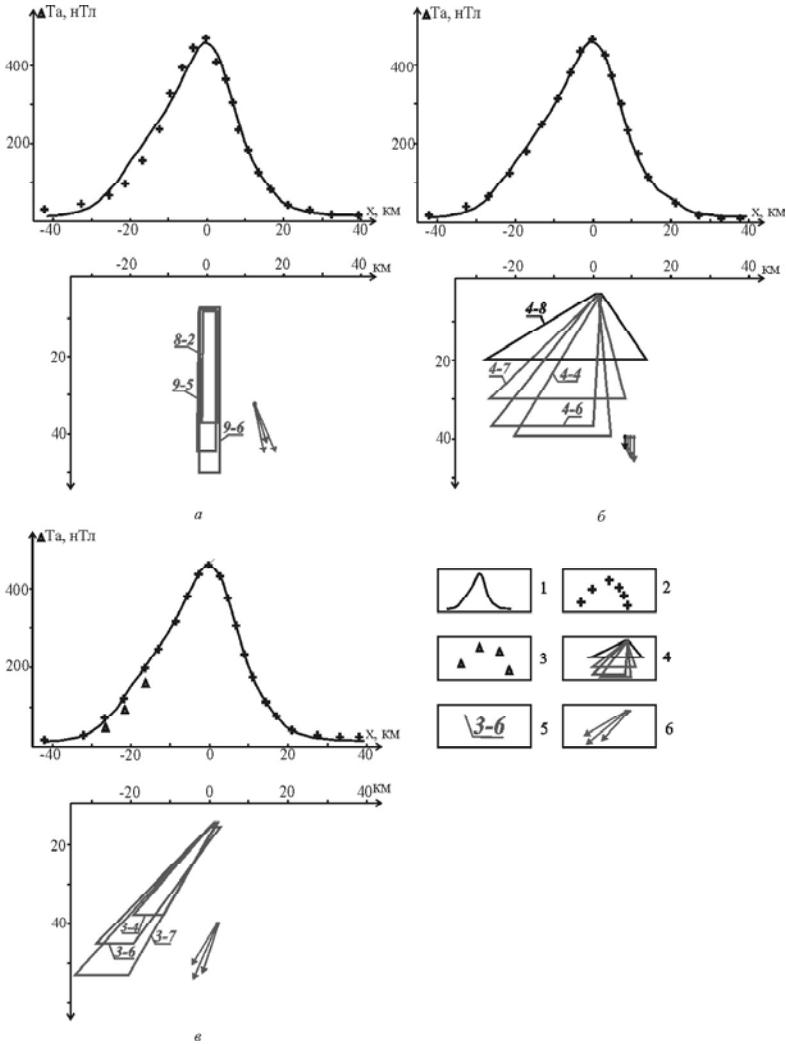


Рис. 4. К построению модели источников магнитной аномалии М-3. Результаты поиска многовариантных решений обратной задачи: аппроксимация горизонтально расположенной призмой с сечением: *a* – прямоугольным, *b* – трапецидальным, *c* – в виде наклонно падающего пластообразного тела; 1 – исходная аномалия; 2 – осредненное положение точек аномалий, рассчитанных от допустимых вариантов решения задачи; 3 – положение точек аномалий варианта 3-4; 4 – контуры вертикальных сечений модели; 5 – порядковый номер представленных вариантов решений; 6 – направление векторов эффективной намагниченности

Вторая возможная форма отображения результатов носит более конкретный характер – результаты интерпретации представляются в виде последовательности (упорядоченного множества) наложенных друг на друга эквивалентных контуров (вертикальных сечений возмущающего тела) – их представительной выборки. Она обеспечивает возможность наглядного сопоставления найденных вариантов решений в процессе их геологического истолкования (рис. 4).

Основные итоги исследований кратко сводятся к следующему.

1. Определена особая роль целевого функционала (ЦФ) при поиске многовариантных решений обратной задачи – с ядром структуры ЦФ ассоциируется положение множества потенциально возможных решений.
  2. Предложен графический способ отображения структуры ЦФ – в виде карт ее проекции на плоскости отображения в пространстве параметров аппроксимирующей модели; разработана методика построения карт проекции. Одно из основных назначений таких карт – использование для организации целенаправленного поиска упорядоченных семейств допустимых вариантов.
  3. В ходе экспериментов с теоретическими моделями и анализа построенных для них карт проекции ЦФ сформировался достаточный (в первом приближении) объем экспертной информации, которая позволила незамедлительно переходить к построению многовариантных моделей для истолкования наблюдаемых аномалий.
1. *Булах Е.Г., Зейгельман М.С., Корчагин И.Н.* Автоматизированный подбор гравитационных и магнитных аномалий: программно-алгоритмическое обеспечение и методические рекомендации. – Киев, 1986. – 236 с. – Деп. в ВИНТИ, 08.12.86-№8363-В Деп.
  2. *Зейгельман М.С.* Технология поиска представительной выборки эквивалентных решений для истолкования магнитных аномалий // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики: Зб. наук. праць. – К.: Карбон-Лтд, 2005. – С. 166–172.
  3. *Зейгельман М.С., Панченко Н.В.* Обратная задача магниторазведки: применение карт проекции целевого функционала при автоматизированном подборе многовариантных решений // Вопросы теории и практика геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы XXXVI сес. Междунар. семинара. – Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2009. – С. 370–372.
  4. *Ланда Е.И.* К оценке параметров малоамплитудного сброса методом оптимизации // Геология и геофизика. – 1978. – № 7. – С. 80–89.
  5. *Пашко В.Ф., Старостенко В.И.* Методы решения прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии на ЭВМ (по материалам зарубежных публикаций). – М.: ВИЭМС, 1982. – 95 с.

**Обернена задача магніторозвідки: особливості технології пошуку багатоваріантних розв’язків** М.С. Зейгельман, Н.В. Панченко

**РЕЗЮМЕ.** Розглянуто основні положення технології пошуку багатоваріантних розв’язків оберненої задачі. Особливу увагу приділено питанню вибору відповідного способу графічного відображення необхідної інформації у вигляді карт проєкцій; коротко обґрунтовано методику побудови таких карт. Наведено приклад багатоваріантного підходу для інтерпретації спостереженої аномалії.

**Ключові слова:** обернена задача, магнітометрія, модель, автоматизований підбір, цільовий функціонал, карти проєкцій.

**The inverse problem of magnetic anomalies interpretation; the particularities of technology for search of multivariant solution** M.S. Zeygelman, N.V.Panchenko

**SUMMARY.** The basic principles of the technology of search of multivariant solutions of inverse problem are considered. Particular attention is paid to the choice of suitable way of graphical display of the necessary information as maps of the projection; the brief justification of technique of constructing such maps have been done. The example of multivariant approach to the interpretation of the observed anomaly have been given.

**Keywords:** inverse problem, magnetometry, model, automatic fitting, functional of target, maps of projections.