

© С.В. Костріков, 2010

Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна,
Українське представництво Ambergate Software Inc., м. Харків

ФРАКТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ФЛЮВІАЛЬНОГО РЕЛЬЄФУ ДЛЯ МОРФОСТРУКТУРНОГО АНАЛІЗУ

Викладено теоретичні основи та спосіб практичної реалізації фрактального моделювання флювіального рельєфу для морфоструктурного аналізу за допомогою програмного забезпечення. Морфоструктуру розглянуто як кінцевий продукт широкого спектру геологічних і геоморфологічних процесів, що відбуваються у різних просторових і темпоральних масштабах. Обговорюються поняття фрактальної розмірності флювіальних мереж, геометричної подібності – самоподібності, алометричної подібності. Фрактальне моделювання у процесі пошуку морфоструктур може надати відповідь щодо фрактального або нефрактального характеру топографічної поверхні флювіального рельєфу, що може бути використано як додатковий індикативний параметр під час пошуків родовищ корисних копалин.

Ключові слова: фрактали, флювіальний рельєф, морфоструктурний аналіз, фрактальна розмірність, самоподібність.

Вступ до проблеми. Зараз вже достатньо відомо, що феномени, які за формальними ознаками можна віднести до фрактальної геометрії, можуть бути спостережені у найрізноманітніших природних об'єктах, явищах та процесах [1–3]. Доведено, що фрактальну розмірність можна розраховувати, наприклад, для ліній морських узбережж та річкових мереж. Автор раніше доводив, що впровадження так званої фрактальної розмірності мережі флювіального рельєфу річкового водозбору допомагає з'ясувати суттєві риси загальної моделі масопереносу, яка б враховувала якості не тільки самого рельєфу, але і поверхні, що його підстилає [4]. Взагалі ж існує думка, що “обращение к проблеме использования фрактального анализа при широком внедрении ГИС-технологий для создания атласов сопряжённых цифровых карт... – ...уже давно ожидаемое решение современной картографии” [5, с. 3].

Відомості щодо базових ГІС-операцій, які використовуються для вирішення різних дослідницьких задач у галузі геології, географії та екології викладені у монографії [6]. Серед кількох операцій відзначено й ті, які впроваджуються на окремих шарах просторових даних (на відміну від інших, що впроваджуються на складних шарах). Відомо, що серед таких

операций можна виділити наступні класи: 1 – конвертація структур і форматів даних, 2 – виміри, 3 – просторові агрегація і генералізація, 4 – операції із ковзним вікном, 5 – аналіз найближчого сусідства, 6 – буферні зони навколо просторових об'єктів, 7 – просторова розбивка. До другого із вказаних класів належать атрибутивні виміри, виміри розміру і фрактальна розмірність.

Прикладні аспекти імітаційного комп'ютерного (геоінформаційного) моделювання на підставі вказаних базових ГІС-операцій, наприклад щодо морфоструктурного аналізу та картографування, передбачають впровадження наступних принципів:

- моделі, які розробляються, мають бути прозорими за структурою, і даними, що в них застосовуються;
- моделі повинні бути якомога більше деталізовані та відкриті до включення у них більшої кількості імітованих компонентів рельєфу та геологічної будови;
- моделі повинні бути розроблені не на коротку перспективу, тобто бути відкритими для подальшого доопрацювання, а також мати комплексне призначення.

Вказані прикладні аспекти передбачають предметну деталізацію їхньої реалізації через морфоструктурний аналіз та картографування: застосування тривимірних геоінформаційних моделей у морфоструктурному картографуванні рельєфу; створення баз даних гідролого-геоморфологічних ГІС для морфоструктурного картографування; проведення фрактальних досліджень флювіального рельєфу для морфоструктурного аналізу.

Метою статті є викладення останнього із вказаних положень, тобто впровадження аналізу морфоструктур через дослідження рельєфу “денної поверхні” флювіального походження.

Морфоструктурний аналіз. Окрім свого значного потенціалу для вирішення проблем ефективного масштабування при картографуванні гідрологічних явищ [4] масштабно-інваріантні (фрактальні) топографічні характеристики є достатньо цінними для аналізу ряду залежностей “процес – форма” в геоморфологічних системах, зокрема – при визначенні і картографуванні морфоструктур.

У вказаному аспекті важливим є питання встановлення такої спільноти характеристики форми і структури флювіальної мережі – сукупності форм флювіального рельєфу водозбору – яка б дозволила здійснювати класифікацію водозбірних басейнів за всіма трьома показниками функціонування їх систем – морфологією водозбору, гідрологічним режимом та

характером переносу твердого стоку. Якщо з'ясовано, що мережа рельєфу на водозборі є передфракталом [1–3], можна зробити припущення, що фрактальна розмірність саме і є потрібною характеристикою, яка враховує відношення “форма – структура – процес”. Остаточне підтвердження цього факту може дозволити прогнозувати характер процесів ерозії або акумуляції твердого стоку без проведення детальних польових досліджень, складного моделювання і громіздкого обчислювання.

Морфоструктуру можна розглядати як кінцевий продукт низки інтерактивних різноманітних процесів. У одному із просторових та темпоральних масштабів визначається певний рівень геоморфологічної системи, який відрізняється від інших чутливістю морфології до зміни ендогенних та екзогенних факторів. У випадку необхідності повноформатного моделювання геоморфосистеми виникає питання щодо того, як уникнути опису усього різноманіття її рівнів і ландшафтних характеристик водозбірного басейну (територіальних варіацій морфології, гідрології та поверхні стоку), оскільки такий опис ніколи не зможе бути достатньо адекватним. З цією метою необхідно підібрати спеціальні фрактали, за допомогою яких можна досить точно статично відтворити вказані характеристики, причому кожній сукупності характеристик має відповідати свій тип фрактала. Критерієм такого добору можуть бути певні показники так званої гідрологічної гетерогенності (неоднорідності) річкового басейну [7].

Саме геометричні властивості різноманітних морфоструктур претендують на головне місце у моделях, які мають бути побудовані для морфоструктурного аналізу. Однак велику кількість їх найбільш важливих характеристик неможливо записати у формі відомих геометричних відношень. Це створює чимало труднощів під час побудови відповідних геоінформаційних моделей і є значною перешкодою на шляху практичного застосування геометричного аналізу природних об'єктів як складової геоінформаційного моделювання.

Методика фрактальних досліджень рельєфу для морфоструктурного аналізу. Топологічна розмірність у Евклідовому просторі є суттєвою для подання будь-яких геометричних об'єктів, включаючи контури морфоструктур, до яких у відповідність можуть бути поставлені так звані геометричні примітиви. Наприклад, площа диска (S_d), дорівнює $S_d = \pi r^2 = \pi r^d$. Тут радіус підноситься до квадрата, оскільки диск є двовимірним геометричним місцем точок, тобто $d = 2$. Найголовнішим є те, що основні класи геометричних примітивів – сукупності точок, ліній, пло-

щини і тіла мають топологічну розмірність як цілочисельний ряд, тобто для цих класів $d = 0, 1, 2$ і 3 відповідно, у той час коли фрактальна розмірність не є цілочисельною.

Встановлено, що мережі тальвегів є *самоподібними*, оскільки створені трійниками [4]. Отже можна стверджувати, що фрактальне моделювання дає кількісну характеристику відношенням масштабу:

$$y = x^\beta, \quad (1)$$

де фрактальні властивості у певної ділянки флювіального рельєфу залежать від показника ступеня β і відображаються в діапазоні масштабу x , у якому ця ділянка рельєфу може бути описана і подана на геоморфологічній карті без втрати головних рис, що відрізняють її від інших. Практично β може оцінюватися через ухил кривої подвійного логарифмічного лінійного регресу форми $\ln(y) = \alpha + \beta \cdot \ln(x)$, і фрактальна розмірність тоді буде знайдена через відповідні перетворення β .

При проведенні морфоструктурного картографування та аналізу для визначення лінеаментів у відповідність до останніх мають ставитися лінійні геометричні примітиви. Фрактальна розмірність лінійних об'єктів може бути описана як відношення між деякою кількісною величиною Q (як певною мірою одного чи сукупності просторових об'єктів) і посиланням на лінійний масштаб L , в якому вимірюють цю кількість. Таким чином:

$$Q(L) = L^{D_q}, \quad (2)$$

де D_q подає фрактальну розмірність для певної величини Q . Для того, щоб наочно проілюструвати це, уявимо слід миші на снігу між її кублом і “комірчиною”. Якщо миша рухається по абсолютно прямій лінії, то відстань, яку вона пройшла, дорівнює вказаному посиланню на лінійний масштаб L між вказаними двома об'єктами, і D дорівнює 1. Якщо шлях миші випадковий, то $D = 2$.

Окрім визначення кількісних характеристик складності лінійних (одновимірних) об'єктів при морфоструктурному аналізі, фрактальна розмірність може бути використана для характеристики складності двовимірних об'єктів як умовно більш складних, що виступатимуть примітивами контурів морфоструктур різного типу. В Евклідовій геометрії площа двовимірного об'єкта A пов'язана із діаметром L відношенням:

$$A = B \cdot L^2, \quad (3)$$

де для тих же дисків (штучних об'єктів) B – постійна і дорівнює $\pi/4$. Такі співвідношення узагальнюються щодо фрактальних об'єктів подібного типу через зв'язок між площею і довжиною цих об'єктів:

$$A = \beta \cdot L^{D_a}, \quad (4)$$

де посилання на лінійний масштаб L – відстань між двома найвіддаленішими точками на периметрі об'єкта, β – коефіцієнт, що дорівнює показнику ступеня із (1), і D_a – фрактальна розмірність площин таких об'єктів. Високі значення розмірності ($D_a \sim 2$) вказують на геометричну форму об'єкта, всі внутрішні кути якого будуть тупими. Тобто, наприклад, даний параметр може бути використаний для автоматизованої класифікації морфоструктур і наступного картографування їхніх контурів.

На підставі (3) і (4) зроблено наступне узагальнення поняття фракталів для застосування в геоінформаційному моделюванні [4]: фрактали є геометричною (метрико-топологічною) структурою із дробовою розмірністю. Ця структура має властивість рекурсивності (рекурсивні функції для даного аргументу обчислюються за допомогою значень для попередніх аргументів): кожна її частина є зменшеною копією цілого (всієї структури).

Окрім зроблених вище посилань на принципову можливість фрактальних досліджень флювіального рельєфу та на доречність застосування геометричних примітивів при подальшому ГІС-картографуванні результатів, слід підкреслити існування передумов фрактального моделювання з позицій геологічної науки. Відомо, що співвідношення між кількістю та розміром уламків гірської породи від великих валунів до маленьких частинок мінералів підпорядковане закону степеневого зв'язку із показником $D = 1,6$ [8, 9]. Предметне значення цієї залежності полягає у наступному: уламки гірської породи із площею поперечного перерізу в 1,6 метричної одиниці складають в даному обсязі всіх уламків одну десятую числа тих, у яких ця площа дорівнює 1,0 метричної одиниці. Вказана фрактальна розмірність також витримується на ранніх етапах формування розломів, зокрема, під час існування передрозломного жолобу [10]. Існують емпіричні дані, що у процесі трансформації жолобу у розлом розподіл уламків гірських порід, які утворюються по вісі напруги між двома його бортами, підпорядковується тій самій фрактальній розмірності $D = 1,6$. Вже значно пізніше це відношення підтверджувалося комп'ютерними моделями, що розраховували поведінку уламків у розломі, який

рухається, і лабораторними тестами із гранітними уламками, коли моделювали денудацію гірських порід [11]. Найбільш цікавим з цих обох посилень може бути висновок про те, що коли для розподілу уламків $D < > 1,6$ жолоб не переходить у розлом, оскільки уздовж вісі жолобу не створюється напруга. На цій підставі можна генерувати прогнозну карту активних неотектонічних рухів і навіть землетрусів.

Головна ідея, що стосується морфоструктурного аналізу і випливає із розглянутої дефініції фракталів, полягає у тому, що фрактал – структура, складена із частин, у деякому розумінні подібних до цілого. Головні питання, які так чи інакше пов’язані із поняттям фракталів, належать до предметної галузі скейлінгу (*scaling – англ.*) – розмірності – масштабної інваріантності, а також до поняття алометрії (нерівномірне та непропорційне зростання окремих частин чогось цілого) певного природного просторового об’єкту. Щоби визначити, може чи ні об’єкт бути віднесенним до класу фракталів, слід застосувати до нього фрактальну модель, визначити, – чи відповідає об’єкт моделі. Для відповіді на таке питання треба аналізувати властивості скейлінгу для даного об’єкту та його морфометричні характеристики. Алометрична характеристика є певною мірою композитним параметром обох вказаних показників, причому таким, що його можна вважати протилежним фрактальним властивостям просторових об’єктів. Це ілюструє рис. 1, на якому порівнюються два стилізованих зображення водозборів із одним визначенім субводозбором у їхніх межах. Зі схеми зрозуміло, що відповідно до властивостей топографічної поверхні кожний із цих басейнів охоплює декілька субво-

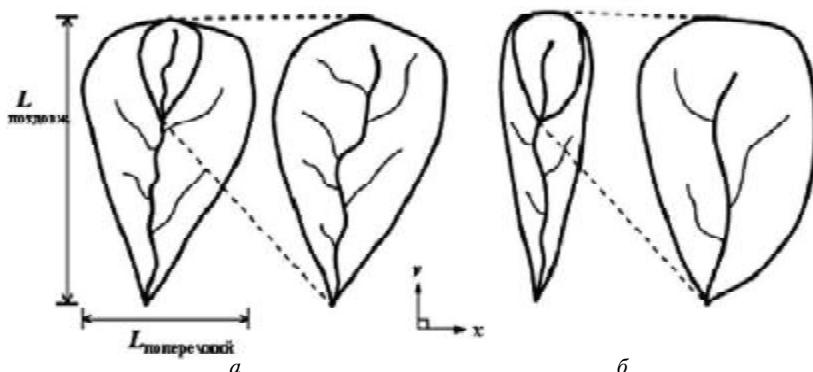


Рис. 1. Встановлення шкали просторового виміру для визначення рекурсивності на відношенні “водозбірний басейн – субводозбір”: ліворуч – водозбір високого порядку; праворуч – визначений в його межах субводозбір; властивість рекурсивності присутня у прикладі *a* та відсутня в прикладі *b*

дозборів. Визначаючи відповідність цих водозборів фрактальній моделі, ми повинні встановити певну шкалу просторового виміру, зокрема, по-містити кожний із водозборів в умовний прямокутник із поздовжнім розміром ($L_{\text{поздовж}}$) та поперечним ($L_{\text{поперечний}}$). В обох випадках (рис. 1, а, б) площа водозбору F буде пов’язана із параметрами шкали виміру відношенням:

$$F \propto L_{\text{поздовж}} \cdot L_{\text{поперечний}}. \quad (5)$$

Додаткові посилання на чисельні емпіричні виміри на реальних флювіальних мережах суттєво ускладнюють (5), однак, дозволяють стверджувати, що $L_{\text{поперечний}}$ масштабується через показник степеню H для $L_{\text{поздовж}}$ [12], тобто:

$$L_{\text{поперечний}} \propto L_{\text{поздовж}}^H \quad (6)$$

Підставивши (6) у (5) отримаємо

$$F \propto L_{\text{поздовж}}^{1+H} \quad (7)$$

Вирази (5) та (6) можна вважати правилами масштабування водозборів, які: дають відповідь на питання щодо властивості рекурсивності флювіальних мереж, пояснюють як один розмір шкали просторового виміру змінюється по відношенню до іншого, та як загальна водозбірна площа змінюється через зміну будь-якого із розмірів. Ліва частина рис. 1, а відповідає значенню $H = 1$, і подає геометричну подібність, або самоподібність. Остання дуже загально може бути визначена як прямо пропорційна зміна довжини ($L_{\text{поздовж}}$) в залежності від зміни ширини ($L_{\text{поперечний}}$). Відношення $H \neq 1$ подає алометричну подібність. Саме це ілюструється правою частиною рис. 1, б. Тут $0 \leq H < 1$, що означає, коли ми розглядаємо послідовність басейнів із площами, які збільшуються, форма цих басейнів стає поступово все більш витягнутою, відношення $L_{\text{поперечний}} / L_{\text{поздовж}}$ зменшується відповідно до збільшення площині водозбору. Із викладеного зрозуміло, що дуже загально водозбори можемо поділити на такі, що характеризуються фрактальною (самоподібною) (див. рис. 1, а), або алометричною (див. рис. 1, б) властивістю.

Очевидно, що при автоматизованому морфоструктурному аналізі геоінформаційна модель обраної території реалізуватиме порівняння реальної топографічної поверхні із певними шаблонами, які відповідатимуть двом взаємовиключним її станам – тому, який підпадає під фрактальну характеристику, або тому, що підпадає під алометричну.

Подальші визначення фрактальної розмірності будь-якої топографічної поверхні, наприклад тієї, де впроваджується морфоструктурний аналіз, є доцільними лише коли сукупність форм цієї поверхні демонструє фрактальні властивості – самоподібність або самоафінність. Наскільки повно показник D подає масштабну інваріантність цієї топографічної поверхні, залежить тільки від того, наскільки добре сукупність її форм відповідає фрактальній моделі. У випадку, коли подібна відповідність є низькою, використовувати фрактальну розмірність для опису характеру поверхні (шорстка чи плавна, відповідно у наслідок коротка часної інтенсивної або тривалої денудації), або її масштабної інваріантності не є доречним. Тобто, фрактальні властивості аналізованої поверхні мають бути розглянуті до того, як показник D буде використаний у ГІС-моделях при морфоструктурному аналізі. Якщо буде доведено, що параметр D є константою для будь-якого масштабу, тоді можна оперувати фрактальною розмірністю під час визначення морфоструктур.

Можна вважати, що у такому випадку має місце постійне масштабне співвідношення між кількістю морфоструктур, їхніми складовими елементами та градаціями просторової шкали виміру. Тобто показник фрактальної розмірності D у цьому випадку є лише кількісним значенням певного типу масштабного співвідношення між кількістю морфоструктур (або їхніх складових у разі детального крупномасштабного картографування однієї морфоструктури) та їх розміром:

$$N_{\text{число морфоструктур}} = 1/L_{\text{одиниця шкали просторового виміру}}^D \quad (8)$$

Встановлення шкали просторового виміру для (8) виконується за правилами, проілюстрованими вище (рис. 1).

Комп’ютерне моделювання для аналізу морфоструктур шляхом фрактальних досліджень. Шляхом побудови цифрових моделей місцевості (ЦММ) із роздільною здатністю не більше 50 м нами були реалізовані ГІС-рішення з визначення фрактальних властивостей флювіальної топографічної поверхні на підставі детерміністського підходу. Відомі обмеження цього підходу: деяке недооцінювання бокої міграції долин та вододілів, яка має місце у природних умовах, і загальна складність та ієрархічність флювіального рельєфу, що роблять дуже проблематичними більш-менш точні розрахунки його фрактальної розмірності [13], враховано.

На рис. 2 подано 3D-візуалізацію двох ЦММ із побудованими поздовжніми і поперечними профілями і підписані масштабом відповід-

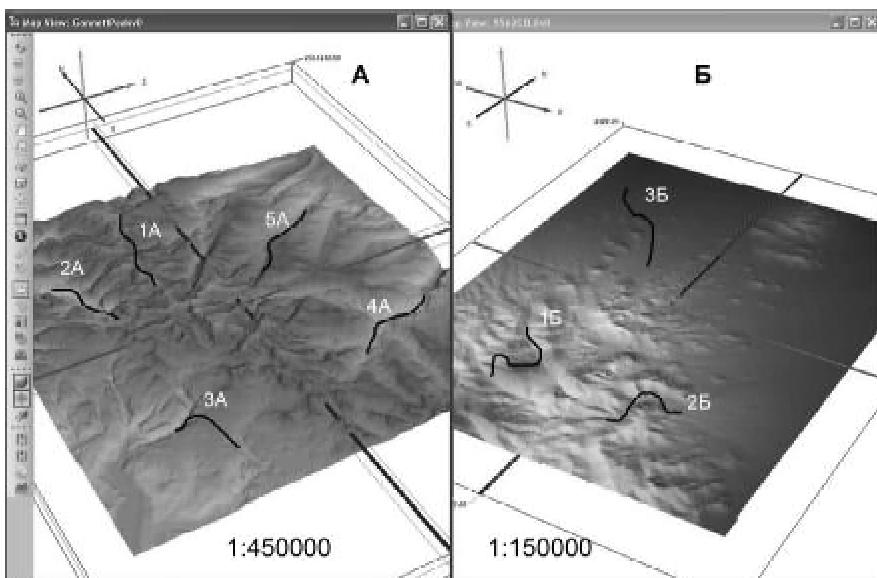


Рис. 2. Візуалізація ЦММ для території, рельєф якої ускладнений морфоструктурами (а) і тієї, де рельєф сформований екзогенними чинниками (б). В обох вікнах пронумеровані поздовжні та поперечні профілі

них 2D-карт. Одна з ЦММ відображає територію, рельєф якої ускладнений морфоструктурами (рис. 2, а), друга – місцевість, у формуванні рельєфу якої відігравали роль виключно екзогенні фактори (рис. 2, б).

Для аналізу фрактальних властивостей у кожному з двох випадків нами використано поздовжні і поперечні топографічні профілі, побудовані за спеціальною програмою, що обирала найбільш репрезентативні ділянки рельєфу даної ЦММ (1А–5А для рис. 2, а та 1Б–3Б для рис. 2, б). Посилання на те, що саме через топографічні профілі можна встановлювати певні фрактальні властивості поверхні [14], взято до уваги.

Висновки.

1. Шляхом здійснення комп’ютерного аналізу восьми профілів по двох територіях встановлені суттєві труднощі у знаходженні задовільної відповідності кожної з цих ділянок класичній фрактальній моделі, що ще раз доводить переважно нефрактальний характер флювіального рельєфу, який переважає на обох ділянках. Однак, застосований метод профілів дозволяє отримувати подібні оцінки для різного масштабу, наприклад 1 : 450 000 та 1 : 150 000, тобто метод профілів дозволяє визначати самоафінні властивості поверхні.

2. Перший висновок певним чином підтверджується просторовою варіативністю показника D від профілю до профілю у той час, коли відповідно до фрактальної моделі він має бути квазіконстантою. Однак, території A (рис. 2) притаманна суттєво більша просторова варіативність фрактальної розмірності, що є репрезентативним для території, ускладненої морфоструктурами.
3. По результатах аналізу топографічних профілів достовірними вважали ті фрактальні показники, які опинялися в інтервалі $1 < D < 2$. Цьому інтервалу відповідали по три профілі територій A (в двох $D > 2$) та B . Вдвічі більші статистичні варіації та стандартне відхилення для D по території A порівняно із територією B та середні значення фрактальної розмірності по профілях 1,86 (1А, 3А, 4А) та 1,66 (1Б–3Б) відповідно дозволяють зробити висновок щодо суттєво більшої відповідності території, не ускладненої морфоструктурами, тобто території B , фрактальній моделі.
4. Необхідна розробка на підставі ЦММ таких комп’ютерних моделей, які будуть визначати D для поверхні не тільки вздовж профілів, а по усій території, оскільки є припущення, що у двох вказаних випадках значення розрахованої фрактальної розмірності можуть бути різними.

1. *Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature.* – New York: W.H. Freeman, 1982. – 467 p.
2. *Федер Е. Фракталы.* – М.: Мир, 1991. – 258 с.
3. *Turcotte D. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics.* – Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1997. – 398 p.
4. *Костріков С.В. Місце фрактального моделювання флювіального рельєфу в просторовому гідролого-геоморфологічному аналізі водозборів // Вісник. Харк. ун-ту.* – № 722. – Екологія. – 2006. – С. 39–48.
5. *Берлянт А.М., Мусин О.Р., Собчук Т.В. Картографическая генерализация и теория фракталов.* – М.: РФФИ, 1998. – 136 с.
6. *Черваньов І.Г., Костріков С.В., Воробйов Б.Н. Флювіальні геоморфосистеми: дослідження і розробки Харківської геоморфологічної школи / Ред. І.Г. Черваньов.* – Харків: НВІЦ ХНУ, 2006. – 322 с.
7. *Beven K.J., Wood E.F., Sivapalan M. On hydrological heterogeneity: catchment morphology and catchment response // Journal of Hydrology.* – 1988. – Vol. 100. – P. 353–375.
8. *Goodchild, M.F., Mark D.M. The fractal nature of geographic phenomena // Annual Association of American Geographers.* – 1987. – Vol. 77. – P. 265–278.
9. *Hasbargen L.E., Paola C. Landscape instability in an experimental drainage basin // Geology.* – 2000. – Vol. 28. – P. 1067–1070.
10. *Sayles R.S., Thomas T.R. Surface topography as a non-stationary random process // Nature.* – 1978. – Vol. 271. – P. 431–434.

11. *Buldyrev S.V., Havlin S., Kertesz J., Shehter A., Stanley H.E.* Surface roughening with quenched disorder in d-dimensions // *Fractals.* – 1993. – Vol. 1. – P. 827–839.
12. *Dodds P.S., Rothman D.H.* Unified view of scaling laws for river networks // *Physical Review E : Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics.* – 1999. – Vol. 59. – No 5. – P. 4865–4877.
13. *Pelletier J.D.* Fractal behavior in space and time in a simplified model of fluvial landform evolution // *Geomorphology.* – 2007. – Vol. 91. – P. 291–301.

Фрактальные исследования флювиального рельефа для морфоструктурного анализа С.В. Костриков

РЕЗЮМЕ. Изложены теоретические основы и способ практической реализации фрактального моделирования флювиального рельефа для целей морфоструктурного анализа с помощью программного обеспечения. Морфоструктура рассматривается как конечный продукт широкого спектра геологических и геоморфологических процессов, протекающих в разных пространственных и темпоральных масштабах. Обсуждаются понятия фрактальной размерности флювиальных сетей, геометрического подобия – самоподобия и аллометрического подобия. Фрактальное моделирование в процессе поиска морфоструктур может ответить на вопрос о фрактальном или нефрактальном характере топографической поверхности флювиального рельефа. Это может быть использовано в качестве дополнительного индикативного параметра при поисках месторождений полезных ископаемых.

Ключевые слова: фракталы, флювиальный рельеф, морфоструктурный анализ, фрактальная размерность, самоподобие.

The fluvial topography fractal research for morfostructural analysis
S.V. Kostrikov

SUMMARY. The basic fundamentals and applied implementation of the fluvial relief fractal modeling have been introduced with respect to the morphostructural analysis purposes. The morphostructure has been considered as a final result of the broad range of processes and phenomena, that take place within various range of spatial and temporal scale. The definitions of “fractal scaling of fluvial networks”, “geometric similarity”, “self-similarity”, and “allometric properties” have been discussed. Fractal modeling upon the morphostructural search answers the question about either “fractal”, or “non-fractal” properties of fluvial topography on a given territory. This factor may be applied as an additional indicative one under mineral deposit surveys.

Keywords: fractals, fluvial topography, morphostructural analysis, fractal dimension, self-similarity.