

© П.А. Миненко, 2010

*Криворожский государственный педагогический университет,
г. Кривой Рог*

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ С ИТЕРАЦИОННЫМИ ПОПРАВКАМИ НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ МОМЕНТОВ НЕВЯЗОК ПОЛЯ

Разработан итерационный метод решения нелинейной обратной задачи гравиметрии и магнитометрии на основе совместного применения в одной итерации нескольких видов поправок к параметрам.

Ключевые слова: гравиметрия, магнитометрия, обратная задача, итерационный метод, итерационная поправка, фильтрующая функция, моменты невязок поля, критерий оптимизации поправок.

Для решения структурных задач с целью поисков рудного сырья и углеводородов разработаны методы решения обратных линейных задач гравиметрии и магнитометрии (ОЛЗГМ) на фоне гауссовых помех с помощью итерационных методов условной и безусловной оптимизации [1].

Разработаны устойчивые итерационные методы решения обратных линейных и нелинейных задач гравиметрии (ОЛНЗГ) и магнитометрии (ОЛНЗМ) с применением поправок, содержащих весь массив невязок поля [2]. Более того, при негауссовых помехах обратные задачи (ОЗ) решаются с использованием только одного итерационного коэффициента (ИК) для всех неизвестных параметров геологических блоков, как элементов интерпретационной модели (ИМ) [3–5], что ограничивает гибкость метода при получении решения. Кроме того, недостаток существующих устойчивых методов – низкая скорость сходимости итерационного процесса (ИП) к истинному решению ОЗ и, более того, трудности с выходом на конечное решение, обусловленные более быстрым появлением эквивалентного решения (ЭР) для блоков с высокой аномальной плотностью (АП), что снижает геологическую содержательность (ГС) решения ОЗ.

Цель этой работы – создание итерационного метода с более высокой скоростью сходимости ИП и повышение на этой основе ГС решения ОЗ.

Поставленная цель достигается тем, что на каждой $n + 1$ -ой итерации в известных методах решения ОЗ в итерационной формуле (ИФ)

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (1)$$

где τ_{n+1} , $B_{i,n}$ – ИК и общая итерационная поправка, вычисляемые после каждой n -ой итерации с учетом значения неизвестного параметра АП $\sigma_{i,n}$ ($i = 1, M$), полученного на предыдущей итерации, используют аппроксимацию $B_{i,n}$ статистическими линейными многочленами

$$B_{i,n} \approx B_{p,i,n} = \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}, \quad (2)$$

где $M_{m,n,i} = \sum_j (a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha))^m r_{j,n}$ – дискретная реализация интегрального момента m -го порядка, порожденного массивом невязок поля:

$$r_{j,n} = \sum_i a_{ij} \sigma_{i,n} - g_j; \quad (j = 1, N); \quad (3)$$

a_{ij} ; $b_{ij} = (a_{ij})'_Z$; $c_{ij} = (b_{ij})'_Z$ – матрицы коэффициентов при неизвестных параметрах $\sigma_{i,n}$ в решении прямых задач для вертикальных производных гравитационного потенциала; g_j – измеренное поле силы тяжести;

$$\lambda_{i,x} = \sum_j |a_{i,j,x}|; \quad \lambda_{j,x} = \sum_i |a_{i,j,x}|; \quad (4)$$

$\tau_{m,n+1}$ – неизвестные ИК, подлежащие определению в результате оптимизации; α, β – постоянные величины, равные 1 в начале ИП, а на более поздних итерациях используемые для ручного управления ИП, особенно с целью повышения разрешающей способности итерационных методов на разной глубине или достижения глобального минимума критерия [4, 5].

Для определения глубины $h_{i,n}$ до блоков вместо (1) используют ИФ в виде [2, 5]:

$$h_{i,n+1} = h_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (5)$$

а в (2) вместо $\lambda_{i,x}$ и $\lambda_{j,x}$ используют $b_{ij} = (a_{ij})'_Z$ и

$$\lambda_{i,x} = \sum_j |b_{i,j,x}|; \quad \lambda_{j,x} = \sum_i |b_{i,j,x}|; \quad (6)$$

Для решения ОЗ по аномальному магнитному полю Z_{aj} вместо (1) используют аналогичную ИФ с интенсивностью намагничивания (ИН) горных пород:

$$J_{i,n+1} = J_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}. \quad (7)$$

Критерий безусловной оптимизации выберем как по невязке поля, так и по поправке к параметрам. Также возьмем и критерий условной оптимизации: по минимуму суммы квадратов поправок к плотности при минимуме суммы квадратов невязок поля во всех точках его измерения, включенных в ИМ ОЗ. Образует формулы невязок и поправок к плотности на $n + 1$ -ой итерации для метода (1)–(4):

$$r_{j,n+1} = (a_{i,j}, \sigma_{i,n+1}) - g_j = \left(a_{i,j}, \sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i} \right) - g_j; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M_{m,n+1,i} &= (r_{j,n+1}, a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha)) = \\ &= \left(a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha), \left(a_{i',j}, \sigma_{i',n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i'} \right) - g_j \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Составим критерии оптимизации

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min; \quad F_M = \sum_i M_{m,n,i}^2 = \min; \quad (10)$$

$$F_{M,L,r} = F_M + L(F_r)'_{\tau}; \quad F_{r,L,M} = F_r + L(F_M)'_{\tau}, \quad (11)$$

где L – коэффициенты Лагранжа (КЛ).

Возьмем частные производные от (10)–(11) по ИК, приравняем их к нулю и получим системы уравнений для вычисления всех $\tau_{m,n+1}$. В этой статье приведены лишь системы уравнений для безусловной оптимизации по критериям (10), поскольку метод условной оптимизации по критериям (11) практически не отличается от него, а КЛ для него определяют способами, изложенными в [6].

$$\begin{aligned} (F_r)'_{\tau_{m,n+1}} &\Rightarrow \sum_j \left(a_{i,j}, \left(\sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i} \right) - g_j \right) (a_{i,j}, M_{m',n,i}) = 0; \\ (F_M)'_{\tau_{m',n+1}} &\Rightarrow \sum_i \left(a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha), \left(a_{i',j}, \left(\sigma_{i',n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i'} \right) - g_j \right) \right) \times \\ &\quad \times (a_{i',j}, M_{m',n,i'}) a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha) = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

Программная реализация метода (12) выполнена при $p = 3$ для магнитного поля $Z_{a,j}$, измеренного в пределах Украинского щита.

Заклучение. Предложенный метод позволяет получать более достоверные результаты решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии.

Перспектива дальнейших исследований. Необходимо разрабатывать методы с другими наборами условий оптимизации для сравнения их эффективности с предложенным и более ранними методами.

1. *Миненко П.А.* Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // Геоинформатика. – № 4. – 2006. – С. 41–45.
2. *Миненко П.А.* Экстремальные итерационные методы решения обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // Доп. НАН України. – 2007. – № 4. – С. 137–141.
3. *Миненко П.А., Миненко Р.В.* Фильтрационные экстремальные итерационные методы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии // Обробка сигналів та негауссівських процесів: праці II наук.-практ. конф. до 70-річчя від дня нар. проф. Ю.П. Кунченка (25–29 трав. 2009 р., м. Черкаси). – Черкаси, 2009. – С. 144–146.
4. *Миненко П.А.* Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 6. – С. 38–43.
5. *Миненко П.А.* Обратная нелинейная задача гравиметрии для структурных исследований // Науковий вісник НГУ. – 2008. – № 5. – С. 24–28.
6. *Миненко П.А.* Метод однокритеріальної умовної оптимізації в обернутих задачах гравиметрії з декількома інтерпретаційними моделями // Геоінформатика. – № 4. – 2008. – С. 39–44.

Обернена задача гравіметрії та магнітометрії з ітераційними поправками на основі фільтруючих функцій моментів нев’язок поля П.О. Міненко

РЕЗЮМЕ. Розроблено ітераційний метод розв’язку лінійної оберненої задачі гравіметрії та магнітометрії на основі сумісного використання в одній ітерації декількох видів поправок до параметрів.

Ключові слова: гравіметрія, магнітометрія, обернена задача, ітераційний метод, ітераційна поправка, фільтрувальна функція, моменти нев’язок поля, критерій оптимізації поправок.

Return problem gravity and magnetic with iterative amendments on the basis of filter functions of moments of divergences of field P.A. Minenko

SUMMARY. Created an iterative method of the decision of a nonlinear return problem gravity and magnetic on the basis of joint application in one iteration of several types of amendments to parameters.

Keywords: gravimetric survey, magnetic survey, return problem, iterative method, iterative amendment, moments of divergences of field, criterion of optimization of amendments.