

РЕШЕНИЕ НЕКОРРЕКТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ МАГНИТНЫХ СЪЕМОК

П.А. Миненко¹, Р.В. Миненко², Ю.П. Мечников³, И.В. Плишко⁴

¹*Криворожский государственный педагогический университет, просп. Гагарина, 54, г. Кривой Рог, 50086, Украина*

²*Криворожский национальный университет, ул. Виталия Матусевича, 11, г. Кривой Рог, 50027, Украина*

³*Криворожская геофизическая партия, ул. Геологическая, 2, г. Кривой Рог, 50045, Украина*

⁴*Государственное предприятие «Укрчерметгеология», ул. Женевская, 4, г. Кривой Рог, 50000, Украина*

Экспериментальные исследования по эффективности применения машинных методов решения обратных задач для детальных магнитных съемок проведены на локальном участке в южной части Петровского железорудного месторождения, расположенного в северо-западной части Криворожского железорудного бассейна. В процессе проведения работ были использованы магнитные карты масштаба 1:1000 с расстоянием между профилями 20 м, между точками измерения поля – 10 м. Применение фильтрационных итерационных методов решения систем уравнений позволяет подавлять влияние больших ошибок измерений поля с большими градиентами. Решение обратных задач выполняется с окончательной среднеквадратичной невязкой поля примерно 0,3 мкТл, хотя поле измеряется с точностью до нескольких десятков нанотесла. При соблюдении равенства площадей модели масс и карты поля обратная задача решается всегда устойчиво. При однослойной или многослойной модели масс обратная задача не имеет в геологическом смысле содержательного решения, поскольку средняя интенсивность намагниченности по блоку представляет собой эквивалентное решение. При высокой детальности разбиения модели масс на блоки по предлагаемой методике возможно получение практически реальных карт и разрезов распределения магнитных свойств, отражающих основные закономерности распределения магнитных руд в структуре месторождения. При наличии априорных данных о глубинах расположения границ блоков и содержании общего и магнитного железа в некоторых блоках рудных залежей точность решения обратной задачи существенно повышается.

Ключові слова: магнитометрия, решение обратных задач, фильтрационные итерационные методы, метод наименьших квадратов, невязка поля.

Введение. На протяжении многих лет авторы проводят экспериментальные исследования в пределах отдельных локальных участков, представляющих интерес для горнодобывающих предприятий с разведочной точки зрения, с целью изучения возможности и целесообразности применения магнитометрии при проведении геофизических исследований на различные виды полезных ископаемых, в том числе железные руды. В статье представлены и проанализированы некоторые результаты такого рода экспериментальных работ с целью изучения возможности применения фильтрационных и оптимизационных методов решения некорректных обратных задач для обнаружения и картирования богатых железом рудных залежей и выявления внутри них инородных тел и блоков бедных руд [2, 3].

Участок и задачи исследований. Экспериментальные исследования проведены на локальном участке в южной части Петровского железорудного месторождения, расположенного в северо-западной части Криворожского железорудного бассейна (Петровский ра – н Кировоградской обл.) [3]. Основные задачи проведенных исследований состояли в следующем.

1. Апробация устойчивых оптимизационных итерационных методов решения обратных задач в условиях высоких и сильно неоднородных магнитных полей при крупномасштабной сети измерений 10×20 и 20×40 м² и отсутствии данных для начальных условий итерационных процессов.

2. Практическая демонстрация потенциальных возможностей при поисках и разведке залежей железных руд всего комплекса работ с использованием магнитометрии и фильтрационных, оптимизационных и устойчивых методов решения ее некорректных обратных задач.

3. Обнаружение и картирование в пределах рудных полей действующих горнодобывающих предприятий аномальных блоков с высоким и низким содержанием железа. Оценка глубин их залегания и размеров с целью определения первоочередного направления ведения горно-подготовительных работ.

Метод исследований. Для решения некорректных обратных линейных задач магнитометрии (ОЛЗМ) используют дискретный (сеточный) аналог решения интегрального уравнения 1-го рода,

которое приводится к решению системы линейных или нелинейных алгебраических уравнений (СЛАУ или СНАУ) с функциональными коэффициентами (ФК) A и правой частью Z , осложненной различного рода ошибками dZ . Поскольку геологические тела имеют произвольную форму и неоднородны по магнитным свойствам J , то ФК также вычисляются с погрешностями dA . Решают эти системы, как и в обычной статистике, почти во всех случаях методом наименьших квадратов (МНК).

В линейном случае известное точное уравнение $A^T A x = A^T Z$ превращается в более сложное уравнение $(A^T + dA^T)(A + dA)(J + dJ) = (A^T + dA^T)(Z + dZ)$, в котором намного больше неизвестных, чем в точном уравнении, а решение $J + dJ$ может намного отличаться от реальных физических свойств J геологических тел, создающих поле Z . Разность двух уравнений равна $(A^T + dA^T)(AdJ + dAJ + dAdJ) = (A^T + dA^T)dZ$. Как видим, инструментов для подавления погрешности dJ нет. При точном измерении поля ($dZ = 0$) имеем уравнение $(A^T + dA^T)(AdJ + dAJ + dAdJ) = 0$, которое дает точное решение ($dJ = 0$) только при $dA = 0$. А этого для любого реального поля добиться невозможно. Однако, если в каждой строке или столбце системы уравнений $AJ = Z$ сделать один или несколько ФК намного больше, чем минимальный в той же строке или столбце, то ошибки dZ во всех строках дадут наименьший прирост элементов вектора dJ . Таким образом, при любом наборе ошибок поля dZ , все dJ будут наименьшими, а любое увеличение dZ приведет к минимальным изменениям всех dJ . *Это означает, что решение обратной задачи будет устойчивым.*

Такой результат не противоречит методу регуляризации академика А.Н. Тихонова [4, 5], поскольку регуляризирующий функционал, по его словам, призван был увеличить диагональные элементы матрицы A . Такое требование может быть достигнуто и другими способами [1, 2]. В частности, оно достигается тем, что над каждым блоком сеточной модели должна быть хотя бы одна точка с измеренным в ней полем. И наоборот, под каждой точкой поля должен быть хотя бы один блок сеточной модели геологических тел.

При прямоугольной или квадратной сети измерений поля размеры карты поля (рис. 1, 2) и сеточной модели геологических тел (рис. 3, 4) должны совпадать. Если площадь проекции геологических тел на карту поля меньше площади карты поля, то нужно уменьшить размеры карты поля, используемой для решения обратной задачи. (ОЗ). Можно применить и сеточную модель, в которой к геологическим телам присоединены пустые смежные блоки таким способом, чтобы площадь модели в горизонтальном сечении (рис. 3) совпадала с площадью карты поля (рис. 1).

Но это еще не все. В классической теории интегральных уравнений 1-го рода область поля и об-

ласть геологических масс должны совпадать. В наземной геофизике эти области полностью не совпадают, поскольку измерительная система гравиметра или магнитометра находится на определенном расстоянии от поверхности Земли. С одной стороны, это выгодно, так как система не содержит сингулярных точек. С другой стороны, это создает неоднозначность решения обратной задачи и приводит к эквивалентному решению, которое удовлетворяет полю с высокой точностью, но существенно отличается по физическим свойствам от реальных геологических тел. По словам акад. В.Н. Страхова, такая обратная задача имеет в геологическом смысле несодержательное решение. Содержательное решение имеет только обратная задача для однослойной модели. Интенсивность намагниченности (ИН) каждого блока будет равна средне эффективному значению, которое зависит от размеров блока и глубины его расположения. Для двухслойной модели физические параметры верхнего блока определяются более точно, чем нижнего. При большем количестве слоев решение для нижних слоев является эквивалентным, в котором отличие от реального нарастает с увеличением глубины расположения блока.

Поэтому приходится вводить поправки за глубины расположения блоков [3] или использовать двухслойную модель с тонким верхним слоем (рис. 3, а, б) и мощным нижним слоем (рис. 3, в, г). Затем решают прямую задачу и удаляют из наблюдаемого поля влияние 1-го слоя. Далее, второй слой (пласт) разбивают на два слоя: верхний – тонкий (рис. 4, а), а в нижнем будет то, что останется (рис. 4, б). Снова решают обратную задачу, определяют, например, ИН пластов (рис. 5, а, б), решают прямую задачу для верхнего пласта и вычитают его влияние из нового поля. Остаток поля используют для нового решения обратной задачи, получают ИН 4-го пласта и новый остаток поля для определения ИН 5-го тонкого и 6-го более мощного пласта и т. д. Ниже приведены решения ОЗ для реального поля по 2 моделям: с точным и предполагаемым расположением нижней границы структуры месторождения (рис. 1 – 5).

Во всех случаях получены устойчивые решения ОЛЗМ. Для однослойных моделей (рис. 2), содержащих 20 Ч 20 вертикальных прямоугольных призм с размерами $23 \times 23 \text{ м}^2$ и высотой 505 (рис. 2, а) и 275 м (рис. 2, б), в решении обратной задачи получены различные значения ИН одноименных, но разновысотных призм. Однако качественная картина на картах ИН для обеих моделей почти одинакова. Для выяснения характера распределения ИН в каждой призме по высоте их необходимо разделить на несколько частей. Наиболее просто это можно сделать делением однослойной модели на горизонтальные слои. В полученных малых призмах трудно ожидать однородного распределения ИН по их

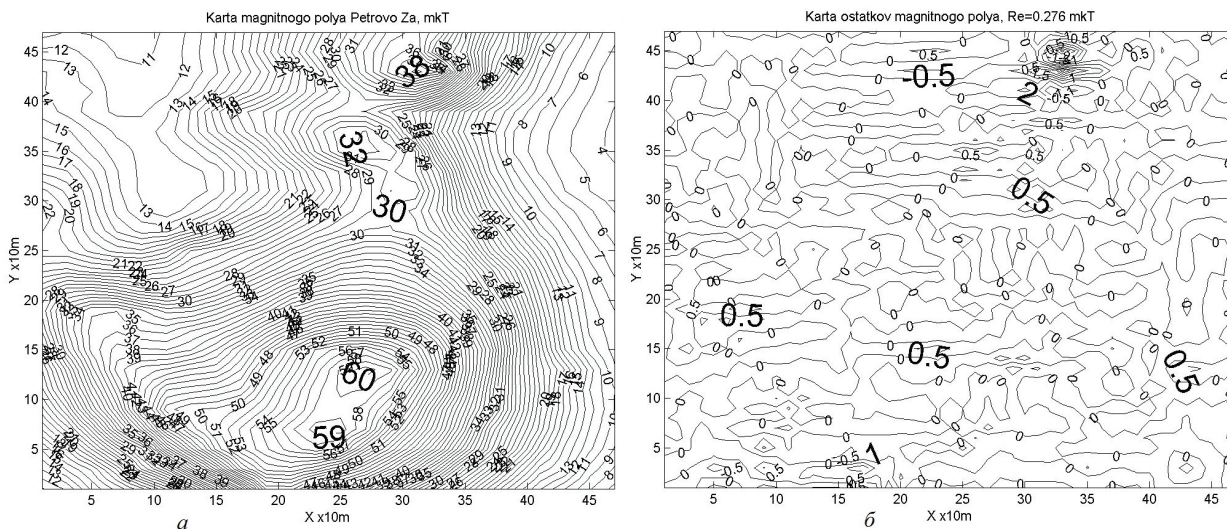


Рис. 1. Карта магнитного поля южной части железорудного месторождения "Петровское" (а) здесь и далее изолинии обозначены: в 1 ед. – 1 микротесла (мкТл), расстояния: в 1 ед. – 10 м и карта остатков (невязок) поля (в мкТ) после 4-го этапа решения ОЛЗМ; среднеквадратическая невязка поля $Re = 0,276$ мкТл (б)

Fig. 1. a) Map of the magnetic field of the southern part of the iron ore deposit "Petrovskoe" (here and further isolines are denoted: 1 unit - 1 microtesla (μT), distances: 1 unit - 10 m); b) a map of residuals (discrepancies) of the field (in μT) after the fourth stage of solving of the not correct invers problems; the root-mean-square error of the field is $Re = 0.276$ μT .

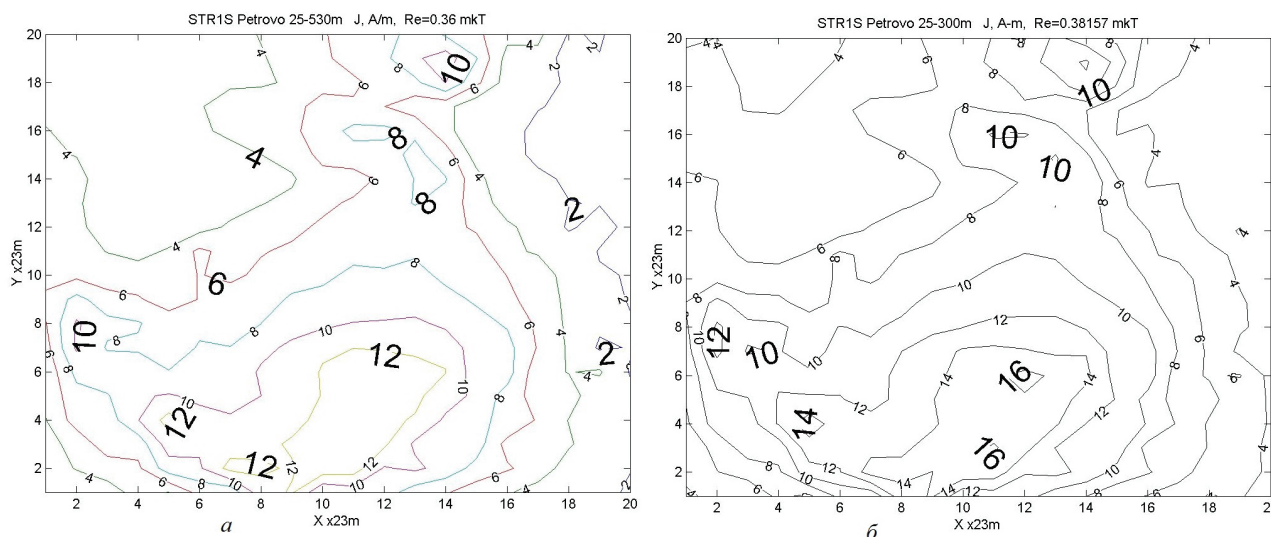


Рис. 2. Решения ОЛЗМ для однослойных моделей магнитных геологических масс в пределах точно известных глубин 25–530 м (а) и предполагаемых (б) в пределах 25–300 м (здесь и далее изолинии интенсивности намагниченности (ИН) горных пород и железных руд обозначены: в 1 ед. – 1 А/м; расстояния: в 1 ед. – 23 м)

Fig. 2. Solutions for the single-layer models of magnetic geological masses within precisely known depths of 25–530 m (a) and assumed (b) within 25–300 m (hereinafter the isolines of the magnetization intensity (MI) of rocks and iron ores are denoted: in 1 unit - 1 A / m, distances: 1 unit - 23 m)

объему. Поэтому не очень важно, какой высоты их выбирать. Это установлено экспериментальными решениями обратной задачи для моделей с объединениями каждой двух призм с разной ИН по высоте или заменой линейного изменения ИН в призме на ее среднее значение в объеме призмы, как по горизонтали, так и по вертикали. Поскольку решение обратной задачи для призм более глубоких слоев одинаковой мощности дает менее точные эквивалентные значения ИН, выгоднее выбрать разби-

ение однослойной модели на два слоя разной мощности: — верхний с меньшей, а нижний с — большей. После определения ИН для призм каждого слоя из поля вычитают влияние верхнего слоя, а затем разделяют второй слой на два новых слоя и решают обратную задачу для полученного остатка поля и т. д.

Исходные данные для обратных задач. В процессе проведения работ были проанализированы и использованы магнитные карты масштаба 1: 1000

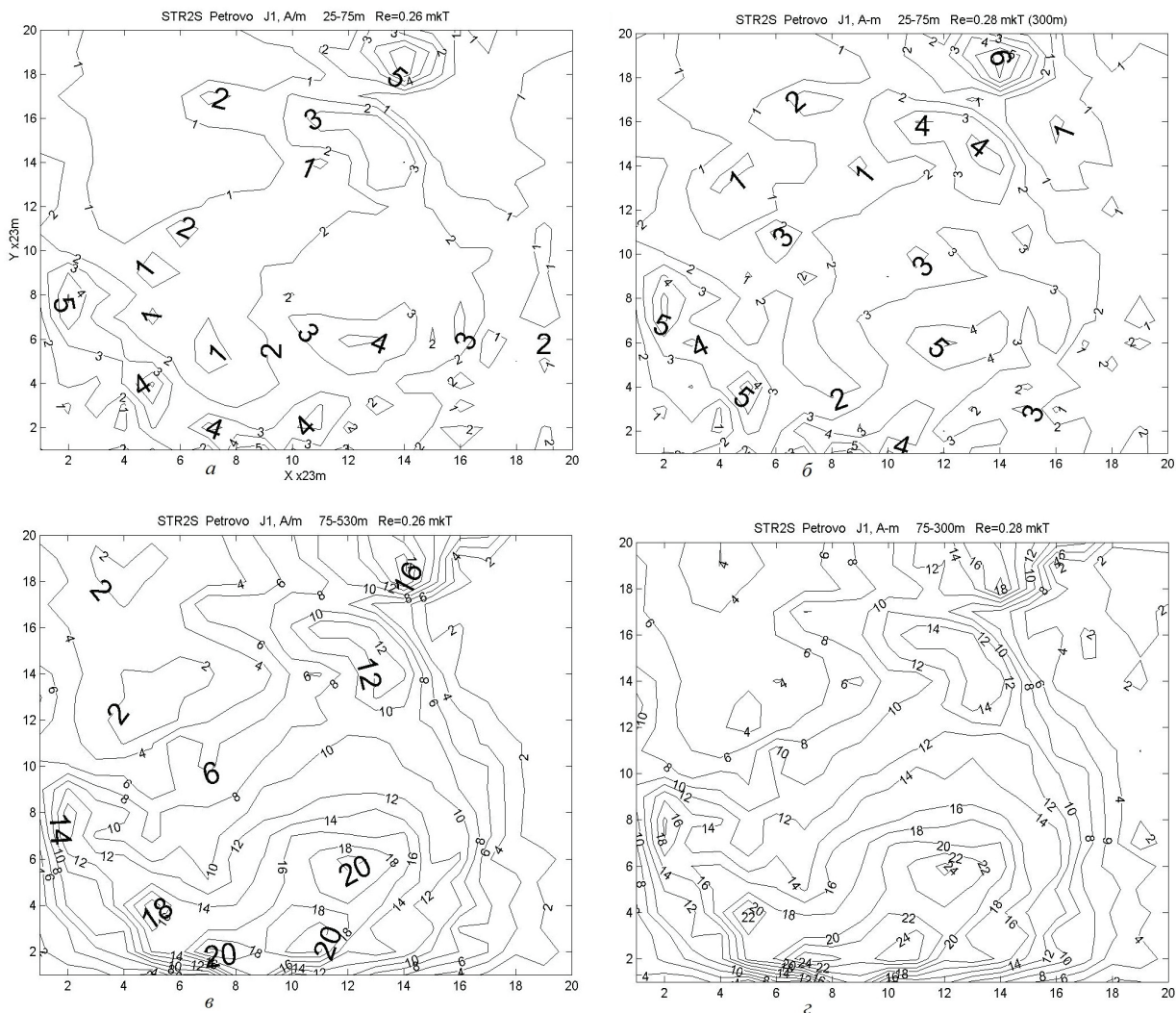


Рис. 3. Решения ОЛЗМ для двухслойных моделей магнитных геологических масс (см. рис. 2) в пределах тех же известных и предполагаемых глубин: а, б — карты ИН 1-го слоя в пределах глубин 25–75 м; в — карта ИН 2-го слоя точной модели (75–530 м); г — карта ИН 2-го слоя предполагаемой модели (75–300 м)

Fig. 3. Solutions of the inverse linear problems for two-layer models of magnetic geological masses (Fig. 2) within the same known and assumed depths: а, б) maps of MI layer 1 within depths of 25–75 m; в) MI map of the 2nd layer of the exact model (75–530m); д) map of MI of the 2nd layer of the proposed model (75–300 m)

с расстоянием между профилями 20 м, между точками измерения поля 10 м. Несмотря на высокую точность приборов (10 нТл), полученная точность съемки оказалась в десятки раз грубее, поскольку в большинстве точек поле имеет высокие градиенты, и точная повторная установка прибора на точку просто невозможна. Однако применение фильтрационных итерационных методов решения систем уравнений позволяет подавлять влияние больших ошибок измерений поля. Решение обратных задач выполняется с окончательной среднеквадратичной невязкой поля, примерно 0,3 мкТл, хотя поле измеряется с точностью до нескольких десятков нанотесла. Это делает практически невозможным определение средних магнитных свойств по керну скважин и каротажным диаграммам для блоков модели размерами 20 Ч 20 Ч 50 м³, которые хотелось бы использовать в качестве начальных условий итера-

ционного процесса при решении обратных задач. Поэтому приходилось брать относительные значения начальных условий, ориентируясь по содержанию железа в керне скважин или по интенсивности магнитного поля над блоками модели.

Результаты обработки данных решения обратных задач. В приведенном примере (см. рис. 1 – 5) верхний слой равен 50 м, нижний, в точной модели – 455, а в приближенной – 225 м. Решение обратной задачи для этих 2-слойных моделей имеет свои особенности. Поскольку нижняя граница зоны полного или частичного окисления горных пород находится на глубинах 65–140 м, в первом тонком слое на глубинах 25–75 м получены ИН призм 1□5 А/м, а во втором, более мощном слое — средние значения ИН 12□20 А/м. Для приближенной модели получены ИН, примерно, на четверть больше. Во втором тонком слое на глубинах

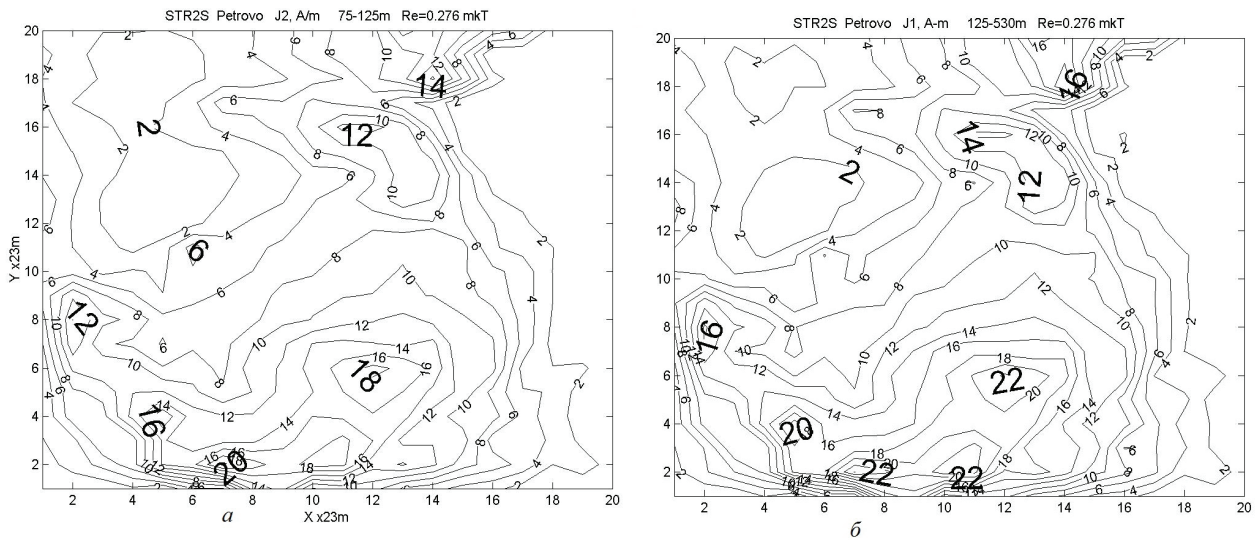


Рис. 4. Решения ОЛЗМ для двухслойных моделей магнитных геологических масс (см. рис. 3, в) в пределах известных глубин: а — карта ИН нового 2-го слоя в пределах глубин 75—125 м; б — карта ИН нового 3-го слоя в пределах глубин (125—530 м)
Fig. 4. Solutions of the inverse linear problems for two-layer models of magnetic geological masses (Fig. 3c) within known depths: a) map of the new new layer 2 within depths of 75—125 m; b) map of the MI of the new 3rd layer within the depths (125—530 m)

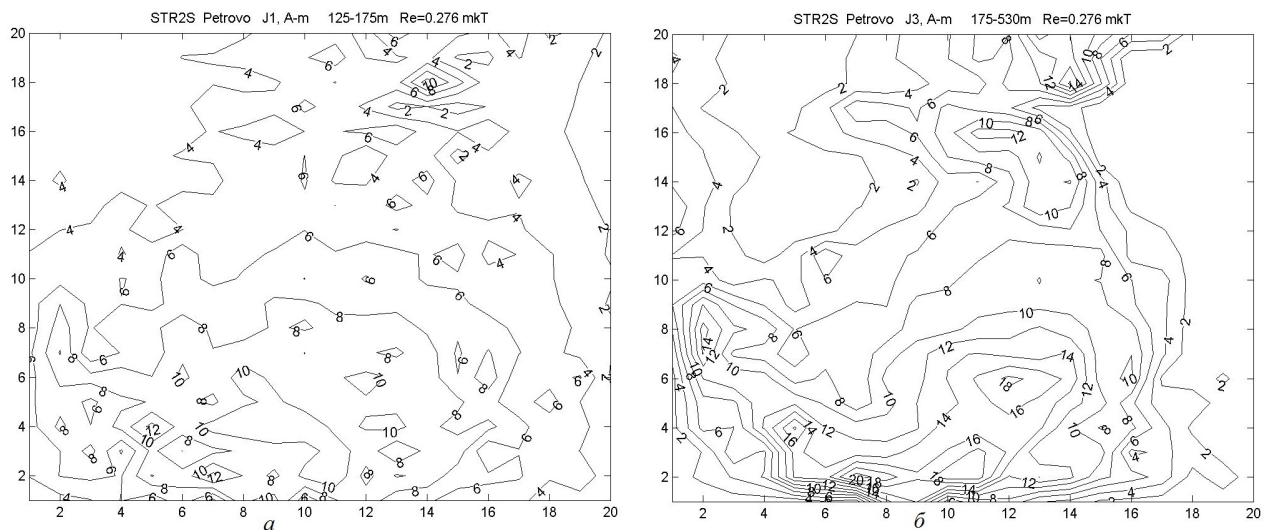


Рис. 5. Карты интенсивности намагниченности: а — следующего нового 3-го слоя точной модели (125—175 м); б — 4-го слоя точной модели в пределах глубин 175—530 м
Fig. 5. MI maps: a — of the next new third layer of the exact model (125—175 m); b — of the 4th layer of the exact model within the depths of 175—530 m

75—125 м ИН значительно больше 14—20 А/м, а в остатке структуры (125—530 м) еще больше — 16—22 А/м. В третьем тонком слое (125—175 м) ИН значительно меньше (10—12 А/м), что связано с наличием сланцево-железистого пласта на этих глубинах. Несколько более низкие ИН (14—20 А/м) в оставшейся нижней части структуры на глубинах 175—530 м и более высокая средняя невязка поля 0,276 мкТл против 0,26 мкТл в предыдущем решении требуют повторения решения с большим количеством итераций. Возможно, также решение обратных задач с разными глубинами для блоков одного слоя, но тогда их нужно задавать отдельным массивом, если они точно известны, или ре-

шать нелинейную задачу с определением глубин до нижних и верхних границ блоков. В любом случае устойчивое решение обратной задачи можно получить. Будет ли оно содержательным в геологическом смысле, зависит от наличия какой-то части априорных данных и умения интерпретатора.

Выводы. Результаты экспериментальных исследований на участке Петровского месторождения позволяют констатировать следующее.

1. При соблюдении равенства площадей модели масс и карты поля ОЛЗМ решается всегда устойчиво.
2. При однослойной или многослойной модели масс не имеет в геологическом смысле содер-

жательного решения, поскольку средняя интенсивность намагниченности по блоку представляет собой эквивалентное решение.

3. При высокой детальности разбиения модели масс на блоки по предлагаемой методике решения обратной задачи возможно получение практически реальных карт и разрезов распределения ИН, отражающих основные закономерности распределения магнитных руд в структуре месторождения.

4. При наличии априорных данных о глубинах расположения границ блоков и содержании общего и магнитного железа в некоторых блоках рудных залежей точность решения обратных задач существенно повышается.

Перспективы дальнейших исследований. Рассмотренная методика решения ОЛЗМ — первый этап перед более точным решением нелинейной обратной задачи, для которой используются начальные значения глубин и ИН предыдущего решения.

Список библиографических ссылок

1. Миненко П.А. Модификация метода регуляризации в ОЛЗГ для поисковых работ в кристаллических породах УКЩ. Науковий вісник національного гірничого університету. 2006. № 9. С. 34—39.
2. Миненко П.А., Миненко Р.В. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии. Российский геофизический журнал. 2007. № 45—46. С. 60—64.
3. Миненко Р.В., Міненко П., Мечніков Ю. Проблема пошуку змістовних розв'язків обернених лінійних задач магнітометрії комплексуванням інтерпретаційних моделей. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Геологія. 2015. № 2(69). С. 87—95.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 286 с.
5. Тихонов А.Н., Дмитриев В.И., Гласко В.Б. Математические методы в разведке полезных ископаемых. М.: Знание, 1983. 64 с.

Поступила в редакцию 06.11.2017 г.

РОЗВ'ЯЗКИ НЕКОРЕКТНИХ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ВЕЛИКОМАСШТАБНИХ МАГНІТНИХ ЗЙОМОК

П.О. Міненко¹, Р.В. Міненко², Ю.П. Мечніков³, І.В. Плишко⁴

¹Криворізький державний педагогічний університет, просп. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, 50086, Україна

²Криворізький національний університет, вул. Віталія Матусевича, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна

³Криворізька геофізична партія, вул. Геологічна, 2, м. Кривий Ріг, 50045, Україна

⁴Державне підприємство "Укрчерметгеологія", вул. Женеvська, 4, м. Кривий Ріг, 50000, Україна

Експериментальні дослідження ефективності застосування машинних методів розв'язку обернених задач для детальних магнітних зйомок проведено на локальній ділянці у південній частині Петровського залізорудного родовища, яке розміщується у північно-західній частині Криворізького залізорудного басейну. У процесі проведення робіт використано магнітні карти масштабу 1 : 1000 з відстанями між профілями 20 м, між точками виміру поля – 10 м. Застосування фільтраційних ітераційних методів розв'язку систем рівнянь дає змогу суттєво зменшити вплив великих помилок вимірів поля з великими градієнтами. Обернену задачу розв'язують з остаточною середньоквадратичною нев'язкою поля приблизно 0,3 мкТл, хоча поле вимірюють із точністю до декількох десятків нанотесла. За дотримання рівності площ моделі мас і карти поля обернену задачу розв'язують стійко. В разі одношарової або багатшарової моделі мас обернена задача не має у геологічному сенсі змістовного розв'язку, оскільки середня інтенсивність намагніченості в блоці є еквівалентним розв'язком. За високої детальності розбивки моделі мас на блоки за запропонованою методикою можливе отримання практично реальних карт і розрізів розподілу магнітних властивостей, що відтворюють основні закономірності розподілу магнітних руд у структурі родовища. За наявності апіорних даних щодо глибин розміщення меж блоків і вмісту загального й магнітного заліза у деяких блоках рудних покладів точність розв'язку оберненої задачі істотно підвищується.

Ключеві слова: магнітометрія, розв'язки обернених задач, фільтраційні ітераційні методи, метод найменших квадратів, нев'язка поля.

SOLUTION OF NOT CORRECT INVERSE PROBLEMS FOR MAGNETIC SURVEYS OF LARGE SCALE

P.A. Minenko¹, R.V. Minenko², Yu.P. Mechnikov³, I.V. Plishko⁴

¹Krivorozhsky State Pedagogical University, 54, Gagarin Ave., Kryvyi Rih, 50086, Ukraine

²State institution of higher education "Kryvyi Rih National University", Vitaliy Matusevych str., 11, Kryvyi Rih, 50027, Ukraine

³Krivorozhskaya Geophysical Party, 2, Geologicheskaya Str., Kryvyi Rih, 50045, Ukraine

⁴State Enterprise "Ukrchermetgeologia", 4, Zhenevskaya Str., Krivoy Rog, 50000, Ukraine

Purpose. To develop a method for obtaining a stable and, at the same time, geologically meaningful solution of inverse of magnetometry problems for large-scale surveys using multilayer models of the geological environment. To compare the solutions of inverse problems with the exact and inaccurately known depth of the lower boundary of the deposit.

Design/methodology/approach. To solve ill-posed inverse problems of magnetometry, a discrete (grid) analogue of the solution of an integral equation of the first kind is used, which is reduced to solving a system of linear or nonlinear algebraic equations with functional coefficients and a right-hand side complicated by various kinds of errors. Since geological bodies have an arbitrary shape and are inhomogeneous in magnetic properties, the functional coefficients are also calculated with errors. We solve these systems, as in ordinary statistics, in almost all cases by the method of least squares. The requirement of stability of the solution is achieved by the fact that above each block of the grid model there must be at least one point with the field measured in it. And, conversely, under each point of the field there must be at least one block of the grid model of geological bodies. With a rectangular or square network of field measurements, the size of the field map and the size of the grid model of geological bodies must coincide.

The practical significance and conclusions. As a result of the carried out experimental studies on the site of the Petrovskoye deposit, it is established that, if the area of the mass model and the area of the field map are equal, the inverse problem is always solved steadily. In the case of a single-layer or multilayer mass model, the inverse problem does not have a meaningful solution in the geological sense, since the average intensity of the magnetization over the block is an equivalent solution. With the high detail of the partition of the mass model into blocks, it is possible to obtain practically real maps and sections of the magnetization distribution of rocks reflecting the main regularities in the distribution of magnetic ores in the structure of the deposit. In the presence of a priori data on the depths of the location of the boundaries of blocks and the content of total and magnetic iron in certain blocks of ore deposits, the accuracy of solving inverse problems is substantially increased.

Keywords: magnetometry, solution of inverse problem, iterative method, least-squares method, discrepancy of the field.

References:

1. *Minenko P.A., Minenko R.V.* Modifikatsiya metoda regularizatsii v OLZG dlya poiskovykh rabot v kristallicheskiykh porodakh Ukrayins'koho krystalichnoho shchyta. *Scientific Bulletin of National Mining University*, 2006.no. 9, pp 34 — 39 [in Russian]
2. *Minenko P.A.* Issledovaniye kristallicheskogo fundamenta lineyno-nelineynymi metodami magnitometrii i gravimetrii. "Geologorazvedka", *Rossiyskiy geofizicheskiy zhurnal*, 2007, no. 45-46. pp. 60 — 64 [in Russian]
3. *Minenko R.V., Minenko P., Mchnikov YU.* Problema poshuku zmhstovnykh rozv'yazkhn obernenikh lnnnykh zadach magnitometrnn kompleksuvannyam nnterpretatsnykh modeley. *Visnik of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Geology*, 2015, no. 2(69), pp. 87 — 95 [in Ukrainian]
4. *Tikhonov A.N., Arsenin V.YA.* Metody resheniya nekorrektnykh zadach. Moscow.: Nauka, 1979, 286 p. [in Russian]
5. *Tikhonov A.N., Dmitriyev V.I., Glasko V.B.* Matematicheskiye metody v razvedke poleznykh iskopayemykh, Moscow.: Znaniye, 1983, 64 p. [in Russian]

Received 06/11/2017